

# 強い電場中における フェルミオン対生成の有限時間効果

田屋 英俊(東大駒場D1)

共同研究者：藤井 宏次(東大駒場)、板倉 数記(KEK)

HT, H.Fujii and K.Itakura, “Finite pulse effects on  $e^+e^-$  pair creation from strong electric fields,” Phys. Rev. D 90, 014039 (2014).

# ① 強い電場中における フェルミオン対生成の有限時間効果

田屋 英俊(東大駒場D1)

共同研究者：藤井 宏次(東大駒場)、板倉 数記(KEK)

HT, H.Fujii and K.Itakura, “Finite pulse effects on  $e^+e^-$  pair creation from strong electric fields,” Phys. Rev. D 90, 014039 (2014).

# ① 強い電場中における フェルミオン対生成の有限時間効果 ②

田屋 英俊(東大駒場D1)

共同研究者：藤井 宏次(東大駒場)、板倉 数記(KEK)

HT, H.Fujii and K.Itakura, “Finite pulse effects on  $e^+e^-$  pair creation from strong electric fields,” Phys. Rev. D 90, 014039 (2014).

# なぜ「強い電場中のフェルミオン対生成」を考えているのか？

## 理論的な動機

---

- ▶ QFTの非自明な**非摂動的**側面を研究する良いチャンスになり得る。

## 実験的な動機

---

- ▶ 実験技術の進歩により、**強い電場**を実験室において実現することが可能になりつつあり、実験による検証が現実味を増してきた、**旬な話題**である。

# なぜ「強い電場中のフェルミオン対生成」を考えているのか？

## 理論的な動機

▶ QFTの非自明な非摂動的側面を研究する良いチャンスになり得る。

素朴な例: 一様定常な電場 $E$ 中でのQED

$$\mathcal{L} = \underbrace{\bar{\psi}(i\cancel{\partial} - m)\psi}_{m[\text{eV}]} - \underbrace{g\bar{\psi}A\psi}_{\sqrt{gE}[\text{eV}]}$$

次元量2つのみ → 外場による補正は $O\left[\frac{gE}{m^2}\right]$ で効く。

$$\text{---} = \text{---}^{O[1]} + \text{---}^{O\left[\frac{gE}{m^2}\right]} \begin{array}{c} | \\ \bullet E \end{array} + \text{---}^{O\left[\left(\frac{gE}{m^2}\right)^2\right]} \begin{array}{c} | \\ \bullet E \\ | \\ \bullet E \end{array} + \text{(higher order terms)}$$

cf. precise measurement of QED, pQCD, ...

普通の状況( $gE/m^2 \lesssim 1$ ) → 高次補正は効かない → 摂動論が正当化され、実験でもよくわかっている。

強い電場中( $gE/m^2 \gtrsim 1$ ) → 高次補正が効く → 摂動論は破綻し、非自明な物理を発現。

# なぜ「強い電場中のフェルミオン対生成」を考えているのか？

## 理論的な動機

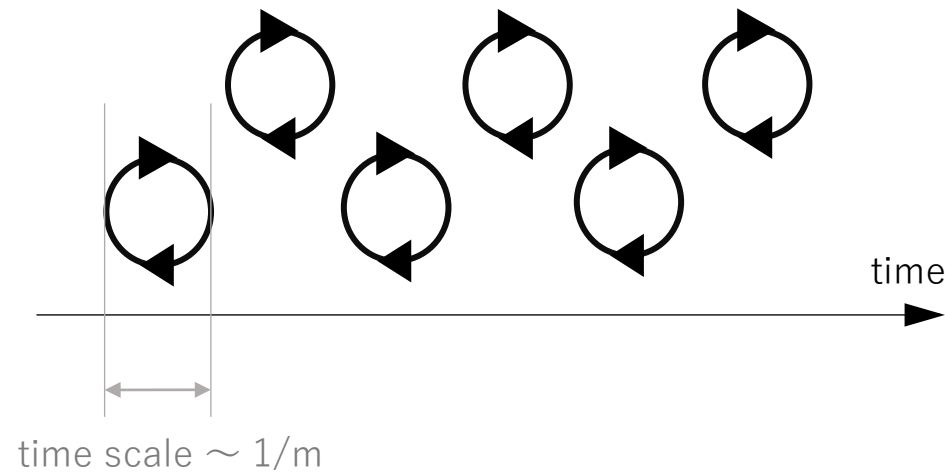
▶ QFTの非自明な**非摂動的**側面を研究する良いチャンスになり得る。

[F.Sauter 1931, W.Heisenberg & H.Euler 1936, J.Schwinger 1951]

> 強い電場中で起こる真空からのフェルミオンの対生成

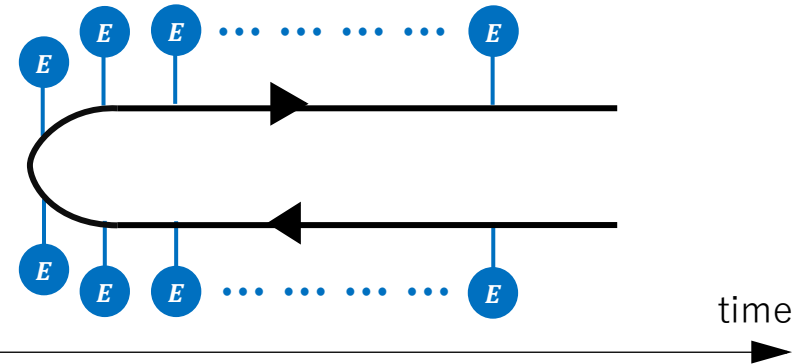
普通の状況:  $gE/m^2 \lesssim 1$

QFT真空 = 仮想粒子対が常に生まれ/消滅している状態  
実粒子はない  $\Leftrightarrow \langle \text{vac}; \text{in} | \hat{n}_{\text{out}} | \text{vac}; \text{in} \rangle = 0$



強い電場中:  $gE/m^2 \gtrsim 1$

真空中の**仮想粒子対**は電場から多重散乱を受け、エネルギーを得、**実粒子**になる。  
実粒子がある  $\Leftrightarrow \langle \text{vac}; \text{in} | \hat{n}_{\text{out}} | \text{vac}; \text{in} \rangle \neq 0$



特に、一様定常電場の場合には、生成粒子数は陽に**非摂動的な公式**で表現される。

$$\langle \text{vac}; \text{in} | \hat{n}_{\text{out}} | \text{vac}; \text{in} \rangle = \exp \left[ -\pi \left( m^2 + p_T^2 / gE \right) \right]$$

[Schwinger's formula, J.Schwinger 1951]

# なぜ「強い電場中のフェルミオン対生成」を考えているのか？

## 理論的な動機

---

- ▶ QFTの非自明な非摂動的側面を研究する良いチャンスになり得る。
  - 強い電場中では、真空からのフェルミオンの対生成、という非自明な現象が予言され、一様定常電場の場合には、陽に非摂動的な物理現象として記述される。

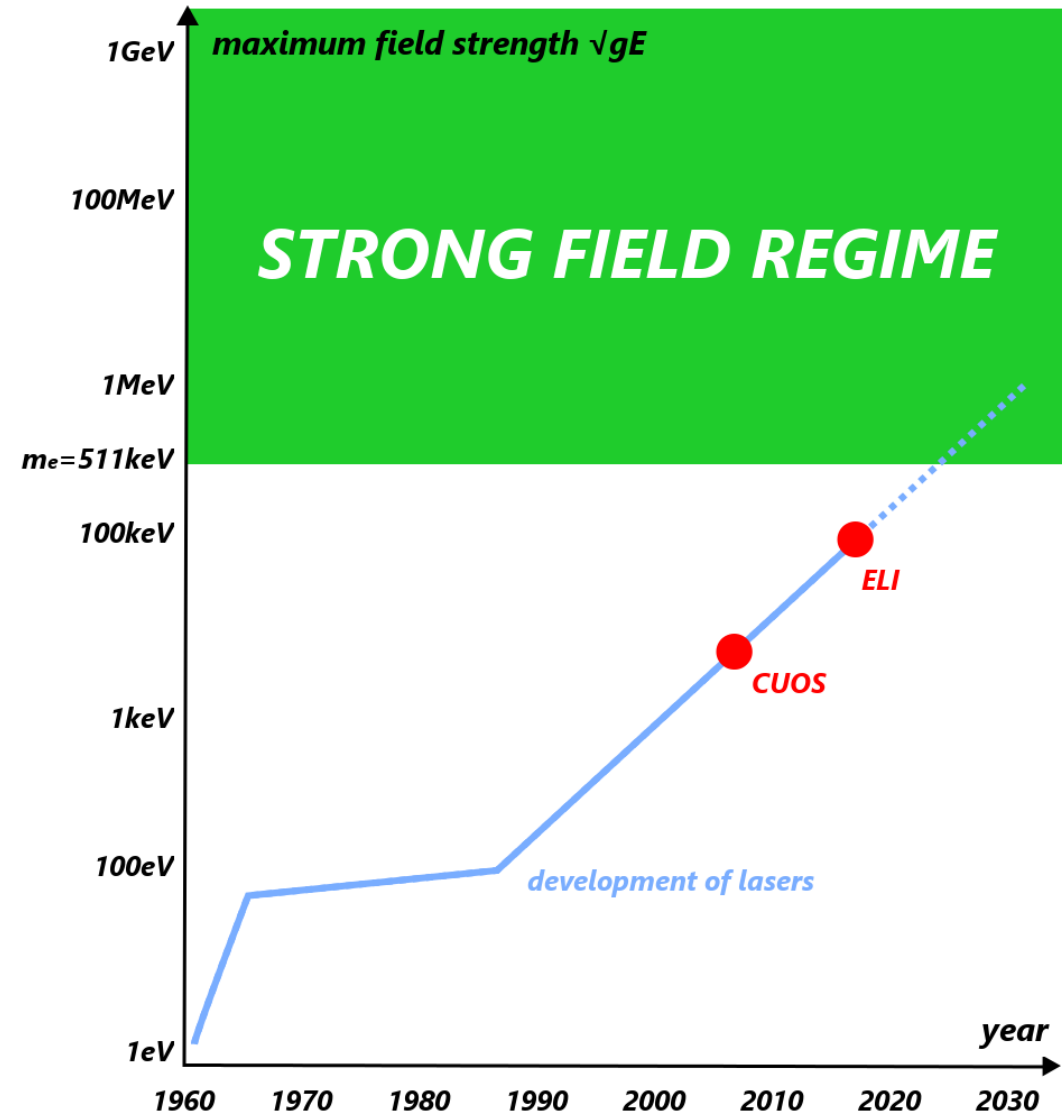
## 実験的な動機

---

- ▶ 実験技術の進歩により、強い電場を実験室において実現することが可能になりつつあり、実験による検証が現実味を増してきた、旬な話題である。

# なぜ「強い電場中のフェルミオン対生成」を考えているのか？

## 人類が作れる電場の強さ

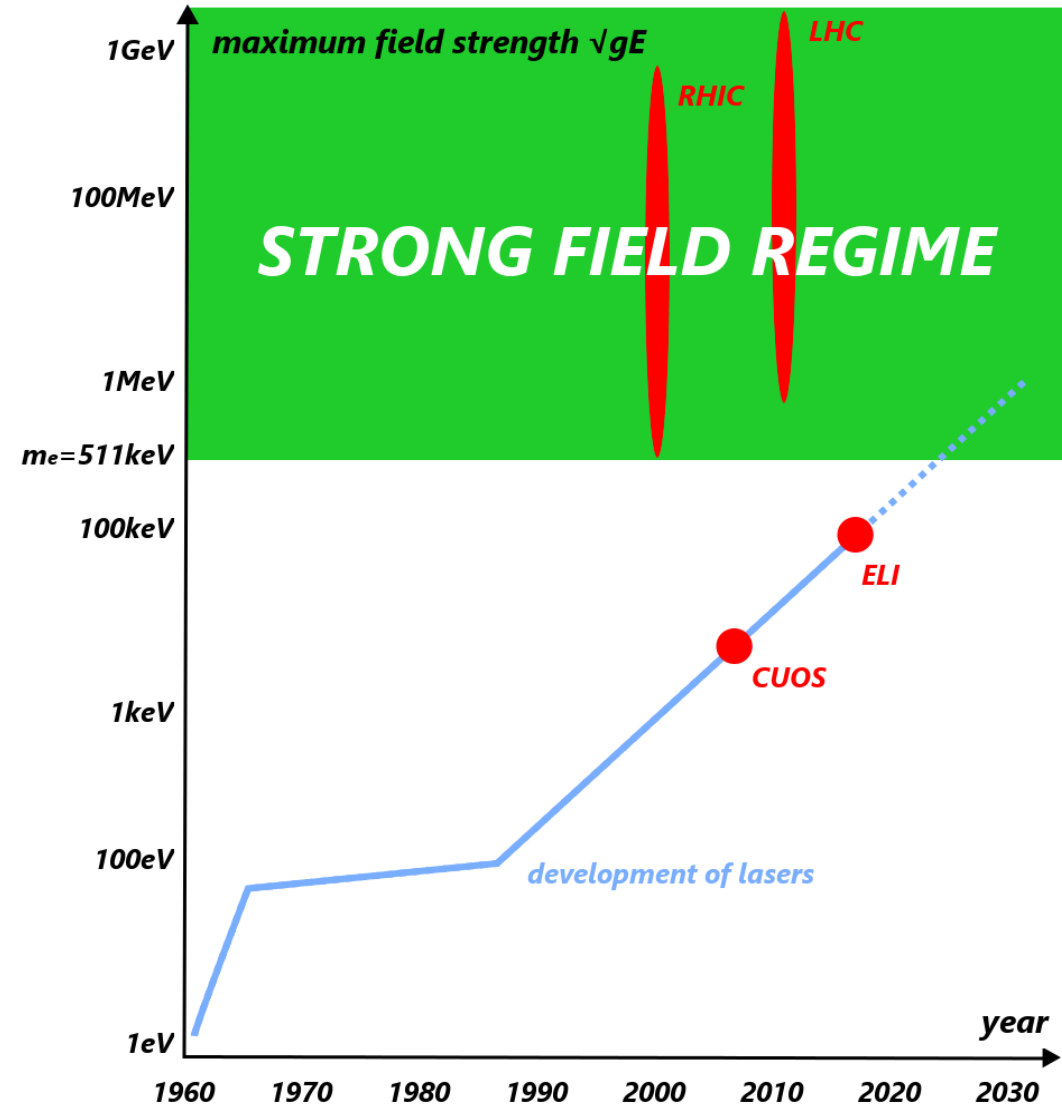


方法1 レーザー



# なぜ「強い電場中のフェルミオン対生成」を考えているのか？

## 人類が作れる電場の強さ

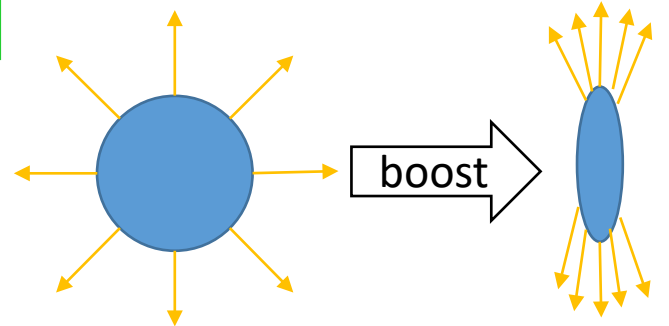


### 方法1 レーザー

### 方法2 高エネルギー重イオン衝突

#### ・強いEM場

超高速で走る原子核のCoulomb場は Lorentz収縮している。



@静止系

$$gE \sim \frac{\alpha Z}{r^2}$$

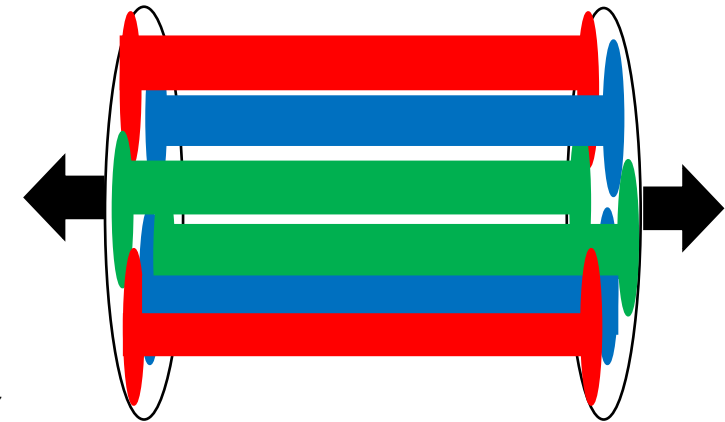
@超高速

$$gE \sim \gamma_L \frac{\alpha Z}{r^2}$$

$$\gamma_L \sim 100(\text{RHIC}), 3000(\text{LHC})$$

#### ・強いカラー場

原子核上にカラー荷を持つグルーオン場が密に詰まっている。



$$gE \sim Q_s^2$$

$$Q_s \sim 1\text{GeV}(\text{RHIC}), 3\text{GeV}(\text{LHC})$$

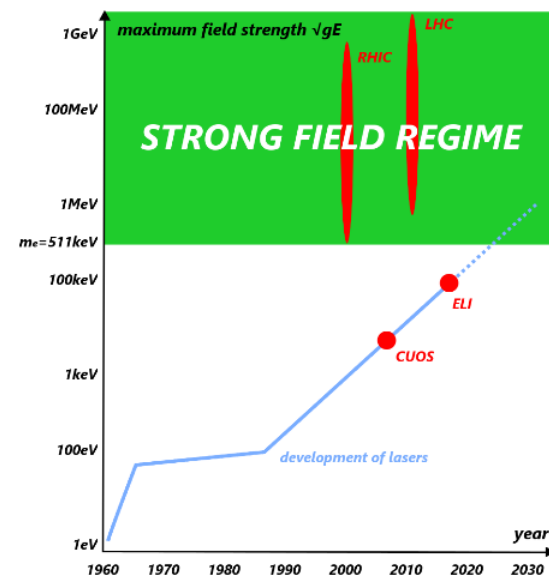
# なぜ「強い電場中のフェルミオン対生成」を考えているのか？

## 理論的な動機

- ▶ QFTの非自明な非摂動的側面を研究する良いチャンスになり得る。
  - 強い電場中では、真空からのフェルミオンの対生成、という非自明な現象が予想され、一様定常電場の場合には、陽に非摂動的な物理現象として記述される。

## 実験的な動機

- ▶ 実験技術の進歩により、強い電場を実験室において実現することが可能になりつつあり、実験による検証が現実味を増してきた、旬な話題である。



# なぜ「電場の有限時間効果」を考えているのか？

## 理論的な動機

- ▶ QFTの非自明な非摂動的側面を研究する良いチャンスになり得る。
  - > 強い電場中では、真空からのフェルミオンの対生成、という非自明な現象が予言され、一様定常電場の場合には、陽に非摂動的な物理現象として記述される。

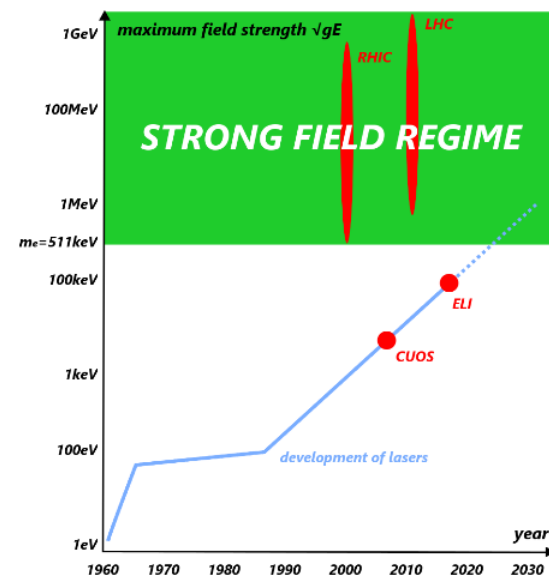
## 実験的な動機

- ▶ 実験技術の進歩により、強い電場を実験室において実現することが可能になりつつあり、実験による検証が現実味を増してきた、旬な話題である。

**問題:** 実験的に作れる強い電場は、有限時間である。

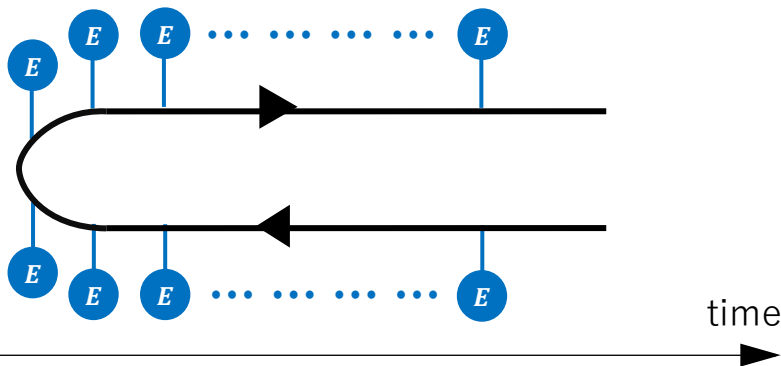
- レーザー: time duration  $\sim 10^{-15}$ sec
- 高エネルギー重イオン衝突: time duration  $\sim 10^{-24}$ sec

- ▶ 素朴な「一様定常」電場の理論を越えて、電場の「有限時間効果」を取り込む必要。



# なぜ「電場の有限時間効果」を考えているのか？

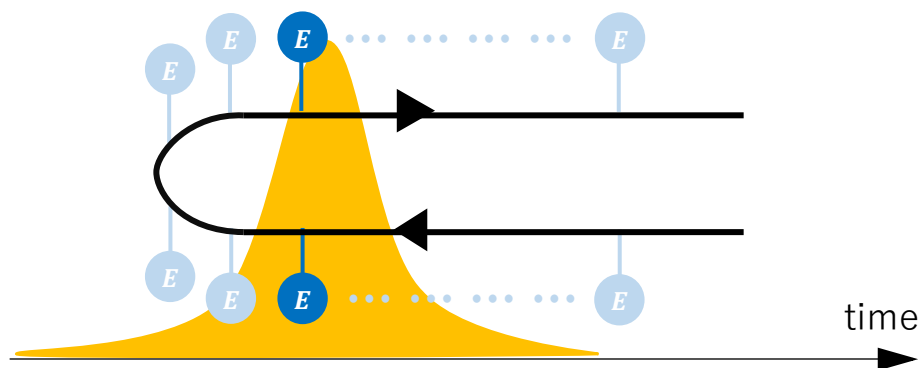
予想: 「有限時間効果」は「強い電場中でのフェルミオン対生成」の素朴な描像を大きく変えるだろう。



一様定常電場 → 多重散乱が効く → 非摂動現象

$$\langle \text{vac}; \text{in} | \hat{n}_{\text{out}} | \text{vac}; \text{in} \rangle = \exp \left[ -\pi \left( m^2 + p_T^2 / gE \right) \right]$$

[Schwinger's formula, J.Schwinger 1951]



有限時間の電場 → 多重散乱が効く時間はない → 摂動現象？

$$\langle \text{vac}; \text{in} | \hat{n}_{\text{out}} | \text{vac}; \text{in} \rangle = \# \times \left| \frac{gE}{m^2} \right|^2$$

# 研究の話

# 研究の目的

強い電場中におけるフェルミオン対生成現象を考え、電場の有限時間効果を与える影響について、

時間幅 $\tau$ の変化と、粒子生成の**摂動的**( $\tau$ が短い)  $\leftrightarrow$  **非摂動的**( $\tau$ が長い) 描像はどう結びつくのか？

に注目し、これを解析的な計算で議論する。

# 戦略

**STEP 1:** 有限時間でも使える、強い電場中でのフェルミオン対生成 $n$ のFullな公式を求める。

求め方の詳細 → 次のスライド

**STEP 2:** 「摂動の最低次の計算」と「非摂動的なSchwingerの公式」と比較する。

$$\langle \text{vac;in} | \hat{n}_{\text{out}} | \text{vac;in} \rangle = \left| \begin{array}{c} \text{E} \text{ (circle)} \text{ --- } \text{C} \text{ (loop)} \text{ --- } \text{Two arrows} \end{array} \right|^2$$
$$= \left( 1 - \frac{p_z^2}{p_0^2} \right) \frac{|g\tilde{E}(2p_0)|^2}{4p_0^2}$$

$$\langle \text{vac;in} | \hat{n}_{\text{out}} | \text{vac;in} \rangle = \exp \left[ -\pi \left( m^2 + p_T^2 / gE \right) \right]$$

[Schwinger's formula, J.Schwinger 1951]

Note: LOで対生成を起こすには、電場のFourier成分が $\omega > 2p_0$ で非ゼロあることが必要。

# 戦略

## STEP 1: 有限時間でも使える、強い電場中でのフェルミオン対生成nのFullな公式を求める。

理論の詳細: 外場との相互作用をFullに含む、正準量子化

QED Lagrangian:  $\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\partial - m - gA)\psi$       Note: SU(3)のQCDもcolor空間の基底を取り直す(Cartan-Weyl基底)ことで、QED同様に定式化可。  
 [J.Ambjorn & R.Hughes 1983]

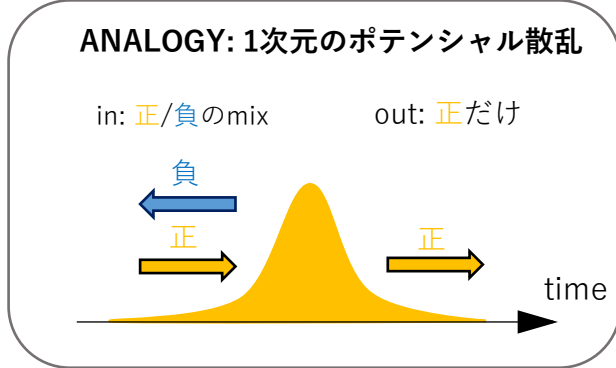
モード展開:  $\hat{\psi} = \sum_s \int d^3p \left[ \underbrace{+\psi_{p,s}^{as}}_{\text{粒子の消滅演算子}} \hat{a}_{p,s}^{as} + \underbrace{-\psi_{p,s}^{as}}_{\text{反粒子の生成演算子}} \hat{b}_{-p,s}^{as\dagger} \right]$       as = in-state / out-state

外場をFullに含むDirac方程式  $0 = [i\partial - m - gA]\psi$  を満たす正/負振動解

as=in/outの違い: in-stateのモード関数 or 演算子は、out-stateのそれのmixになる。

$$\begin{pmatrix} +\psi_{p,s}^{\text{in}} \\ -\psi_{p,s}^{\text{in}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_p & -\beta_p^* \\ \beta_p & \alpha_p^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} +\psi_{p,s}^{\text{out}} \\ -\psi_{p,s}^{\text{out}} \end{pmatrix} \longleftrightarrow \begin{pmatrix} \hat{a}_{p,s}^{\text{in}} \\ \hat{b}_{-p,s}^{\text{in}\dagger} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_p^* & -\beta_p \\ \beta_p^* & \alpha_p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a}_{p,s}^{\text{out}} \\ \hat{b}_{-p,s}^{\text{out}\dagger} \end{pmatrix}$$

規格化:  $|\alpha_p|^2 + |\beta_p|^2 = 1$



nの公式:  $\langle \text{vac}; \text{in} | \hat{n}_{\text{out}} | \text{vac}; \text{in} \rangle \equiv \langle \text{vac}; \text{in} | \hat{a}_{p,s}^{\text{out}\dagger} \hat{a}_{p,s}^{\text{out}} | \text{vac}; \text{in} \rangle = \frac{(2\pi)^3}{V} = |\beta_p|^2$

▶  $\beta$ はDirac方程式  $0 = [i\partial - m - gA]\psi$ の解で決まるので、**nを求めることはDirac方程式を解くことに帰着!**

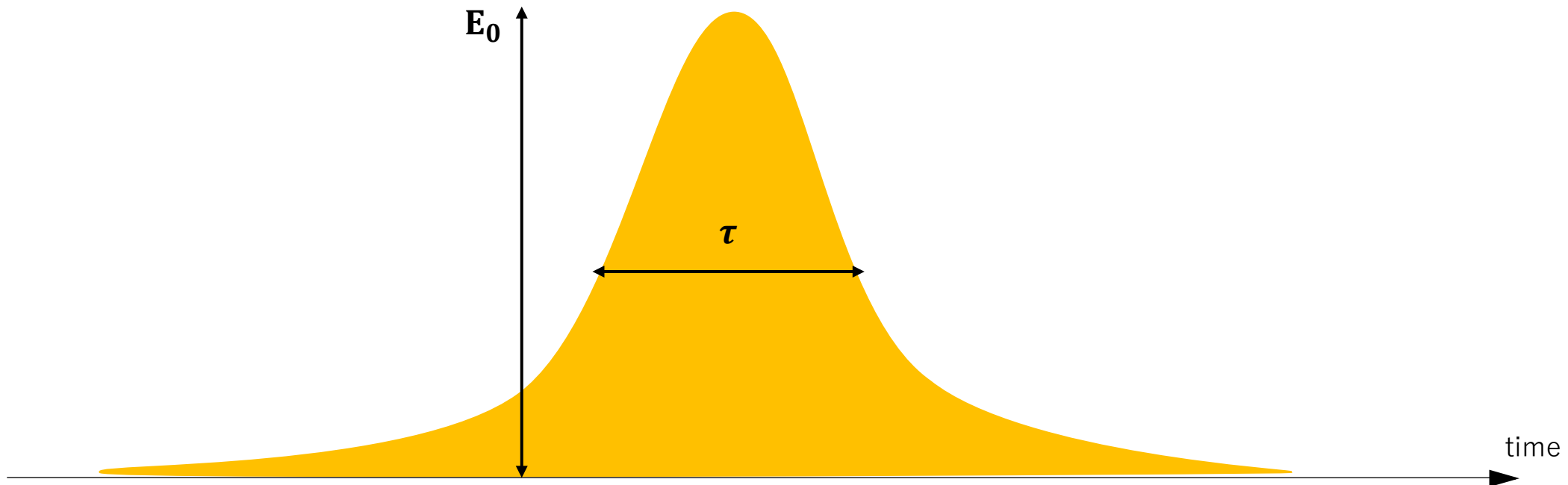


# 戦略

**STEP 1:** 有限時間でも使える、強い電場中でのフェルミオン対生成 $n$ のFullな公式を求める。

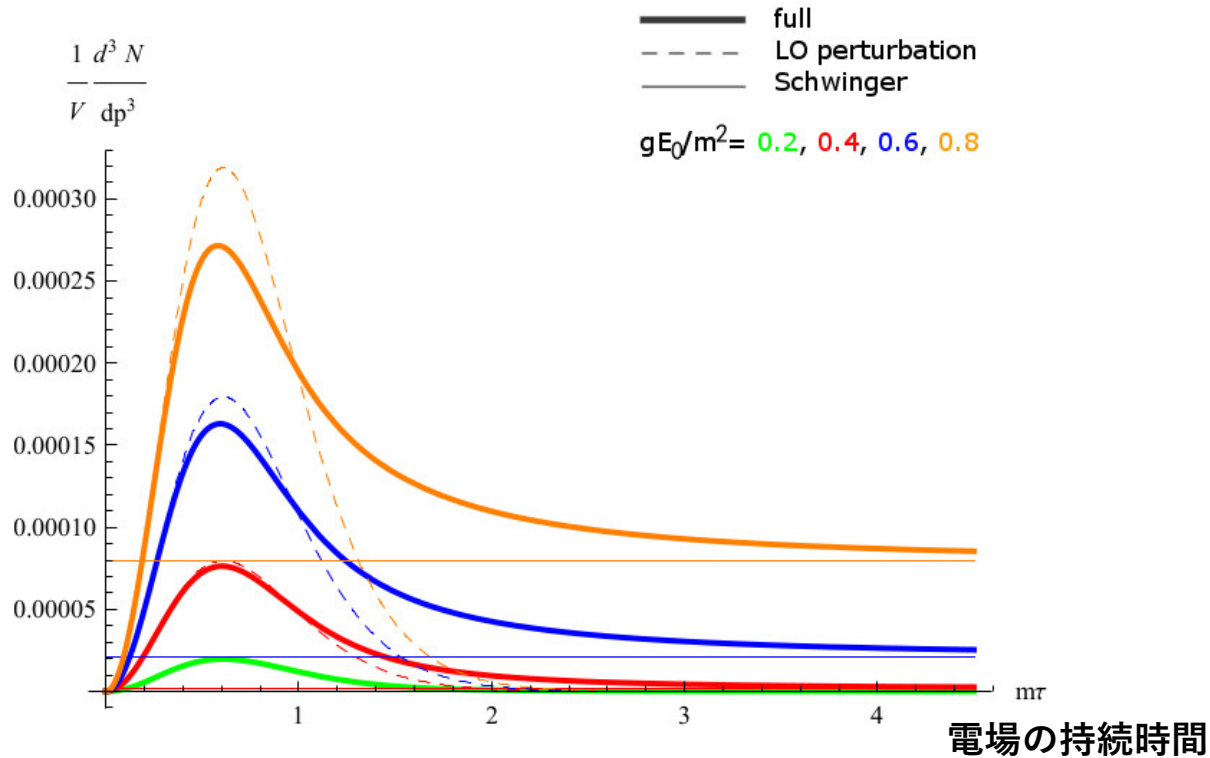
Dirac方程式が解析的に解ける かつ 有限時間の電場を体現

▶ 幅 $\tau$ 、ピーク値 $E_0$ のSauter型の電場 $E = E_0 \cosh^{-2}[t/\tau]$  [F.Sauter 1932]

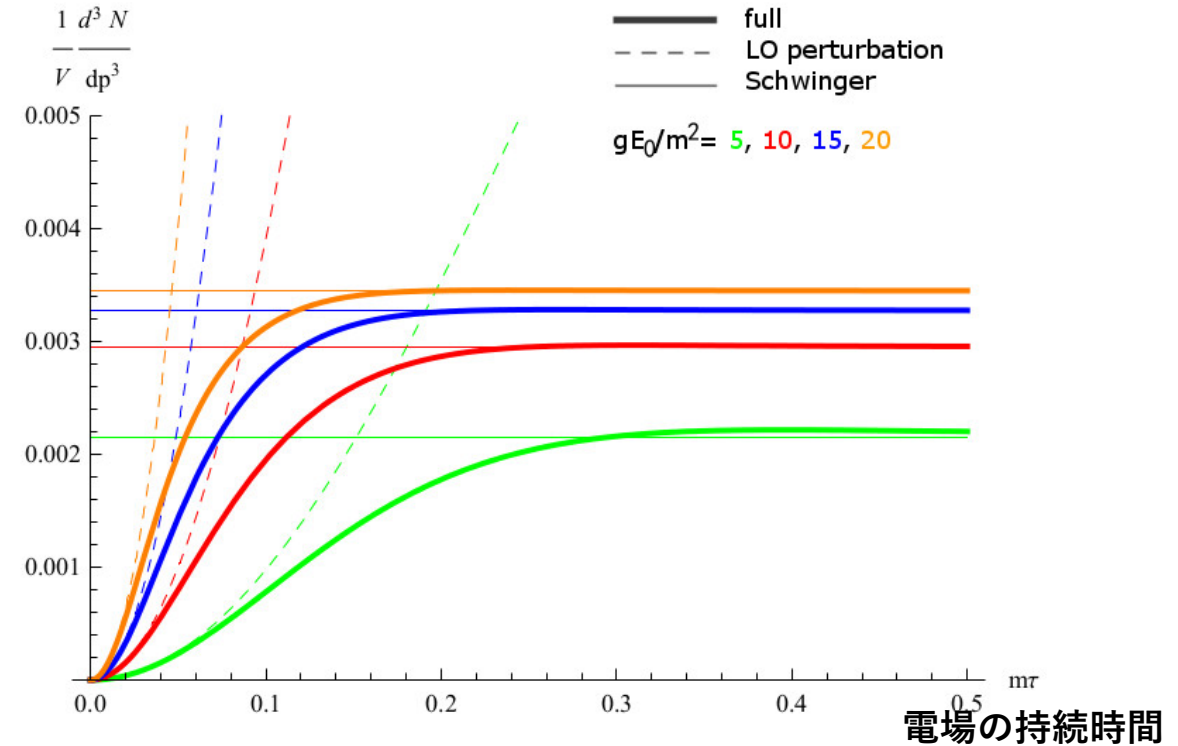


# 結果: 生成粒子数 $n$ の $\tau$ 依存性の比較

$gE_0/m^2 < 1$

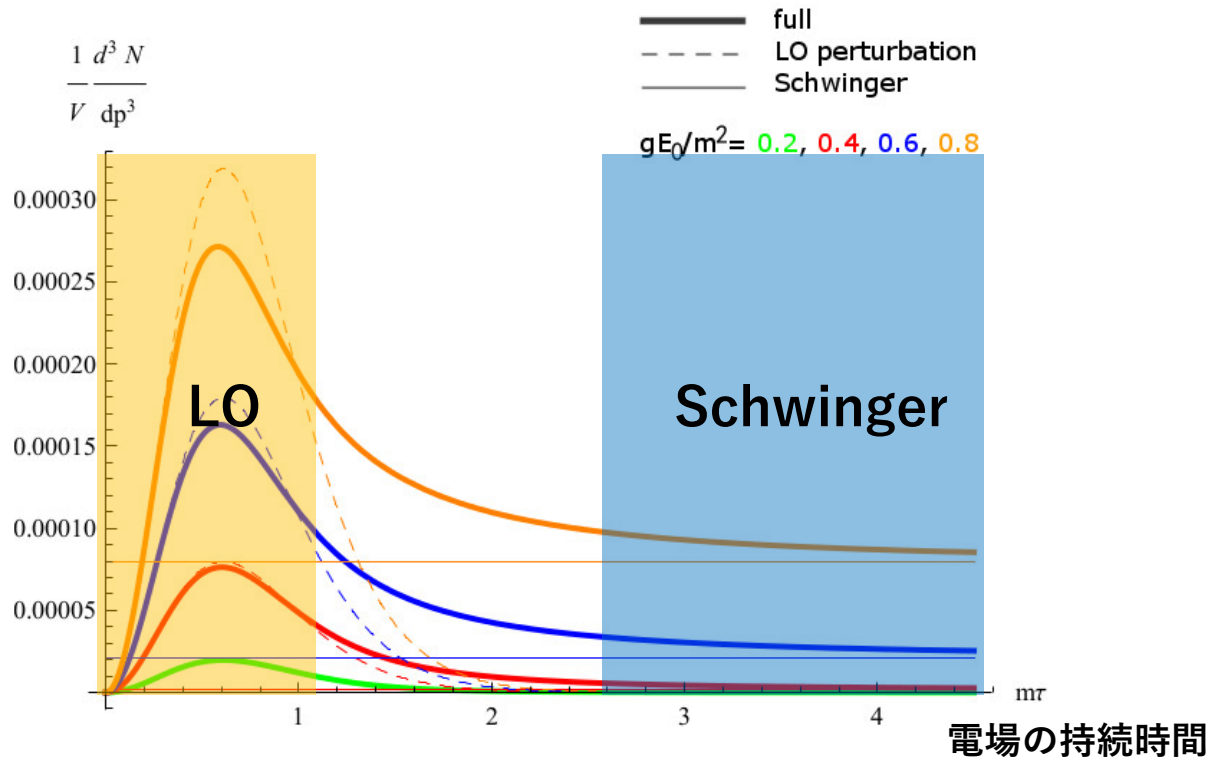


$gE_0/m^2 > 1$

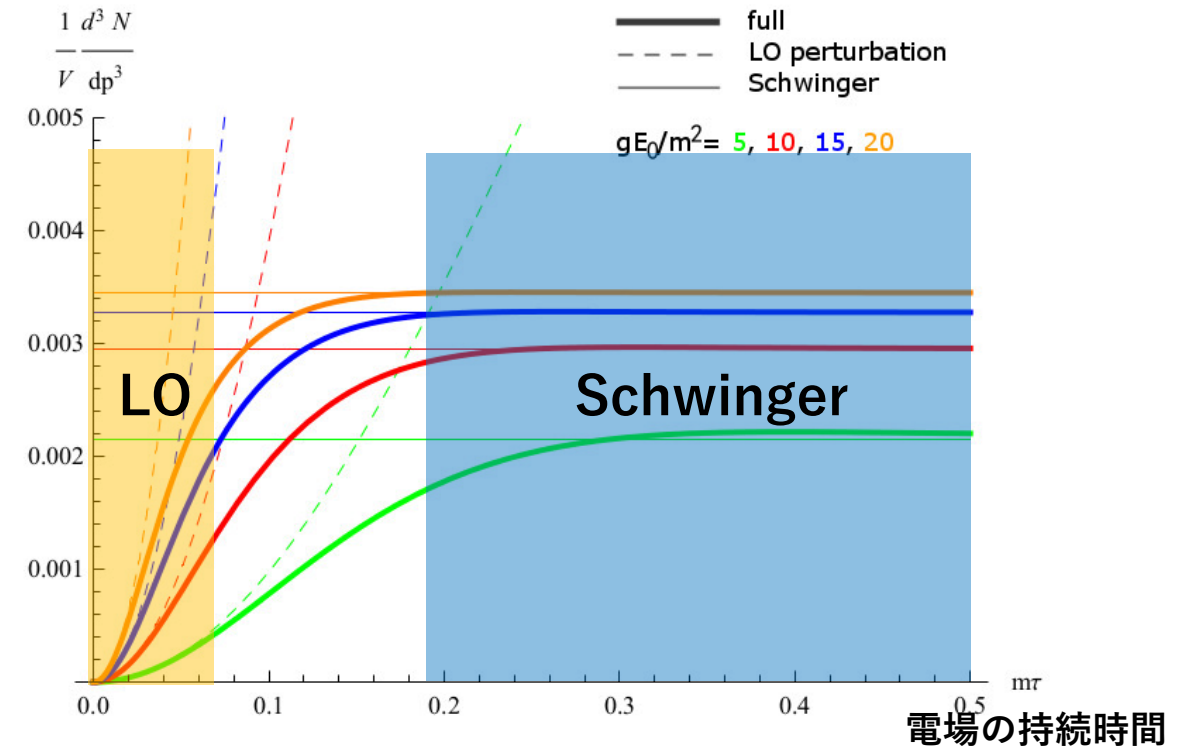


# 結果: 生成粒子数 $n$ の $\tau$ 依存性の比較

$gE_0/m^2 < 1$



$gE_0/m^2 > 1$



発見1: 電場の時間幅 $\tau$ に応じ、フェルミオン対生成の描像が、**摂動的( $\tau$ が短い)** ↔ **非摂動的( $\tau$ が長い)**と移り変わる。

発見2:

# 結果: 発見1をもう少し詳しく

発見1: 電場の時間幅 $\tau$ に応じ、フェルミオン対生成の描像が、**摂動的**( $\tau$ が短い) $\leftrightarrow$ **非摂動的**( $\tau$ が長い)と移り変わる。

▶ Sauter型の電場 $E = E_0 \cosh^{-2}[t/\tau]$ での、解析的な、粒子生成数 $n$ の**Fullな公式**:

$$\langle \text{vac}; \text{in} | \hat{n}_{\text{out}} | \text{vac}; \text{in} \rangle = |\beta_p|^2$$

$$p_0^{(\pm)}(\tau) = \sqrt{m^2 + p_T^2 + (p_L \pm gE_0 \tau)}$$

$$\xrightarrow{\text{Sauter型}} \frac{\text{Sinh} \left[ \frac{\pi\tau}{2} (2gE_0\tau + p_0^{(-)}(\tau) - p_0^{(+)}(\tau)) \right] \text{Sinh} \left[ \frac{\pi\tau}{2} (2gE_0\tau - p_0^{(-)}(\tau) + p_0^{(+)}(\tau)) \right]}{\text{Sinh} \left[ \pi\tau p_0^{(-)}(\tau) \right] \text{Sinh} \left[ \pi\tau p_0^{(+)}(\tau) \right]}$$

$\gamma, \nu \ll 1$

LO perturbation

$$\langle \text{vac}; \text{in} | \hat{n}_{\text{out}} | \text{vac}; \text{in} \rangle = \left| \begin{array}{c} \text{E} \rightarrow \text{loop} \rightarrow 2 \end{array} \right|^2$$

$$= \left( 1 - \frac{p_z^2}{p_0^2} \right) \frac{|g\tilde{E}(2p_0)|^2}{4p_0^2}$$

時間幅 $\tau$ について展開

より正確には、理論には、 $\tau$ 以外に、 $m, gE_0$ の2つの次元量があるので、

$$\gamma = \frac{gE_0\tau}{m} \quad \nu = gE_0\tau^2$$

の大小で展開する。

$\gamma, \nu \gg 1$

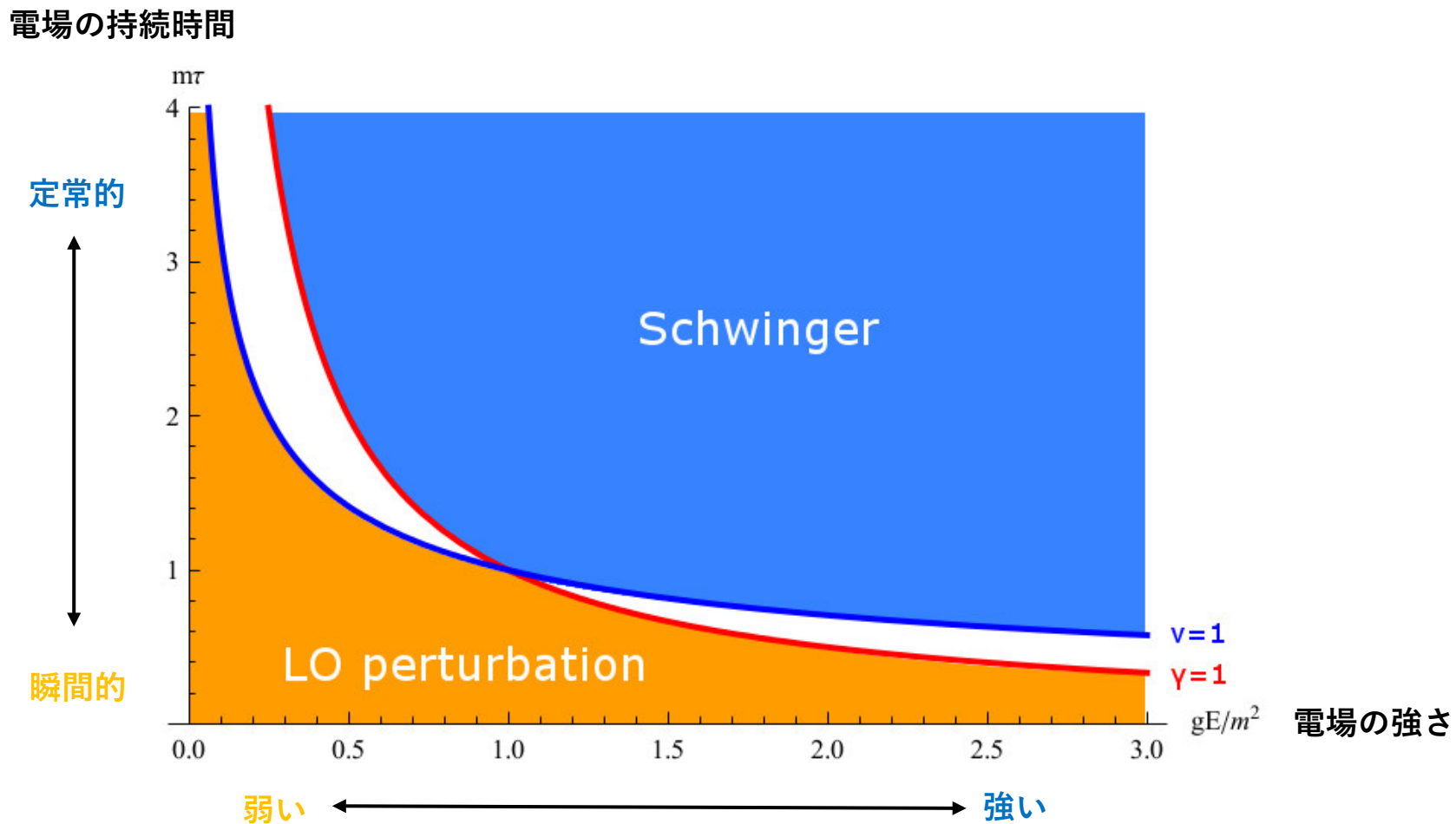
Schwinger

$$\langle \text{vac}; \text{in} | \hat{n}_{\text{out}} | \text{vac}; \text{in} \rangle = \exp \left[ -\pi \left( m^2 + p_T^2 / gE \right) \right]$$

# 結果: 発見1をもう少し詳しく

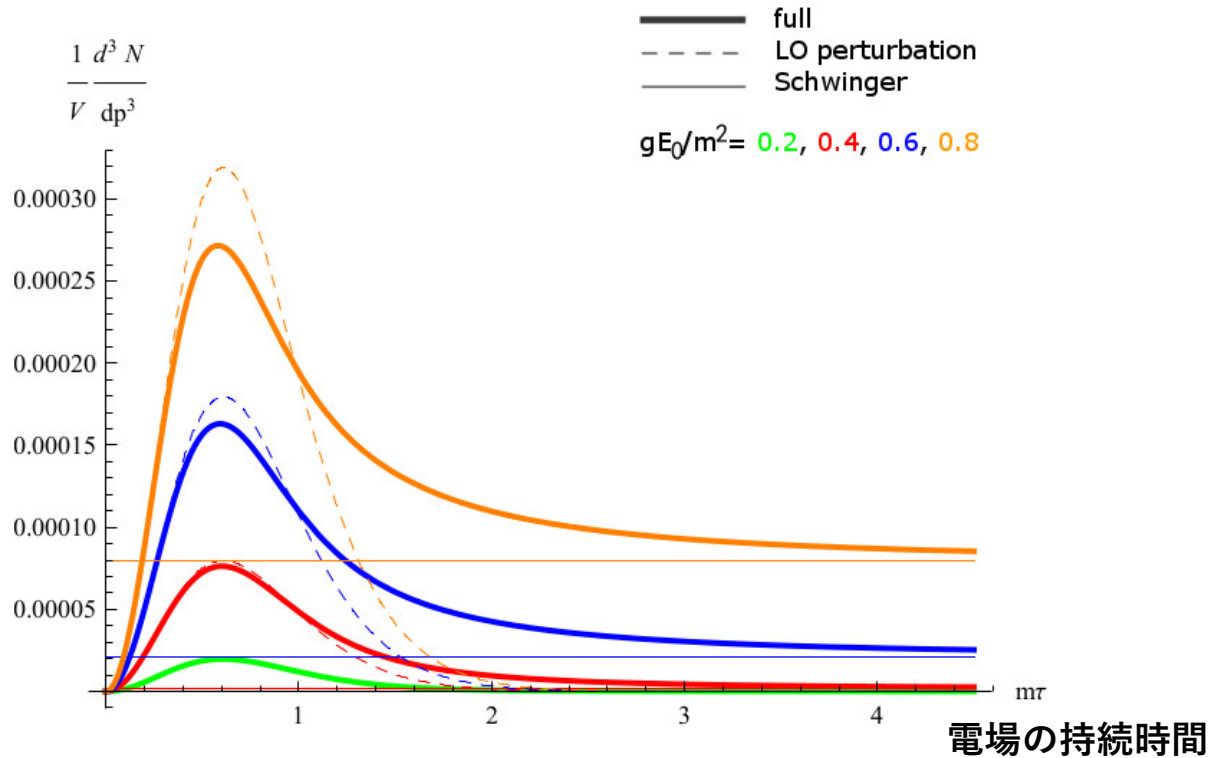
発見1: 電場の時間幅 $\tau$ に応じ、フェルミオン対生成の描像が、**摂動的( $\tau$ が短い)** ↔ **非摂動的( $\tau$ が長い)**と移り変わる。

粒子対生成の描像の”相図”

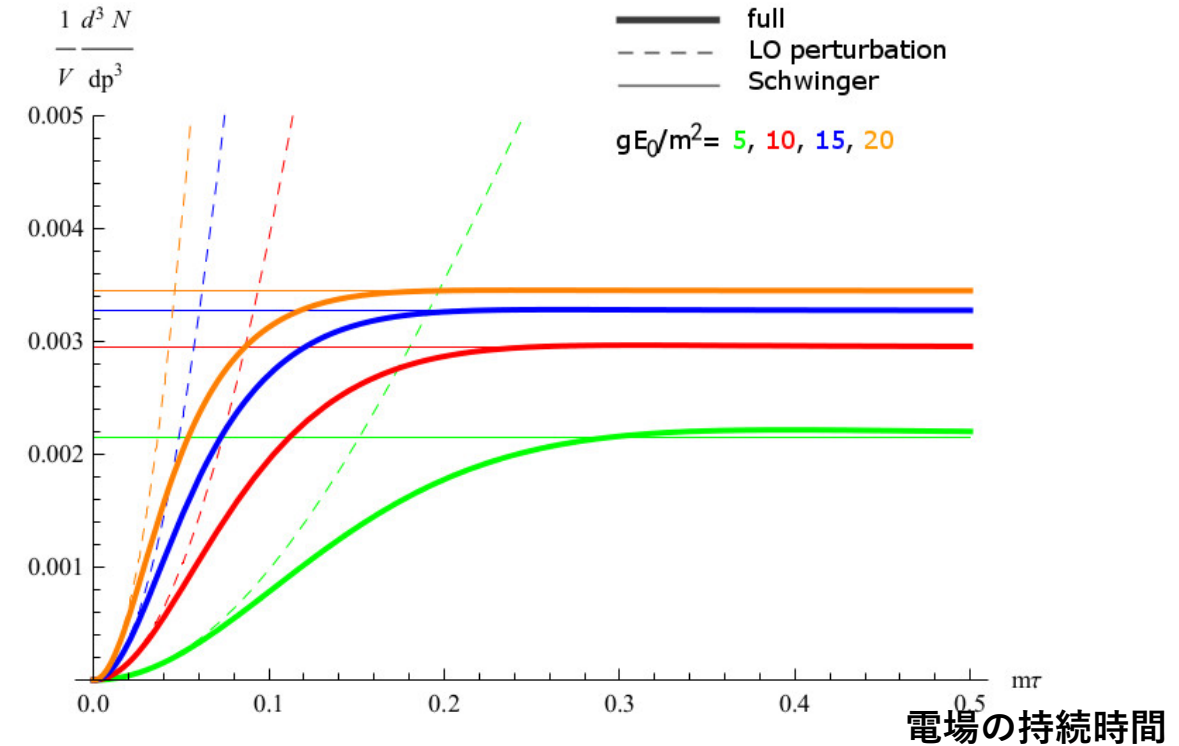


# 結果: 生成粒子数 $n$ の $\tau$ 依存性の比較

$gE_0/m^2 < 1$



$gE_0/m^2 > 1$

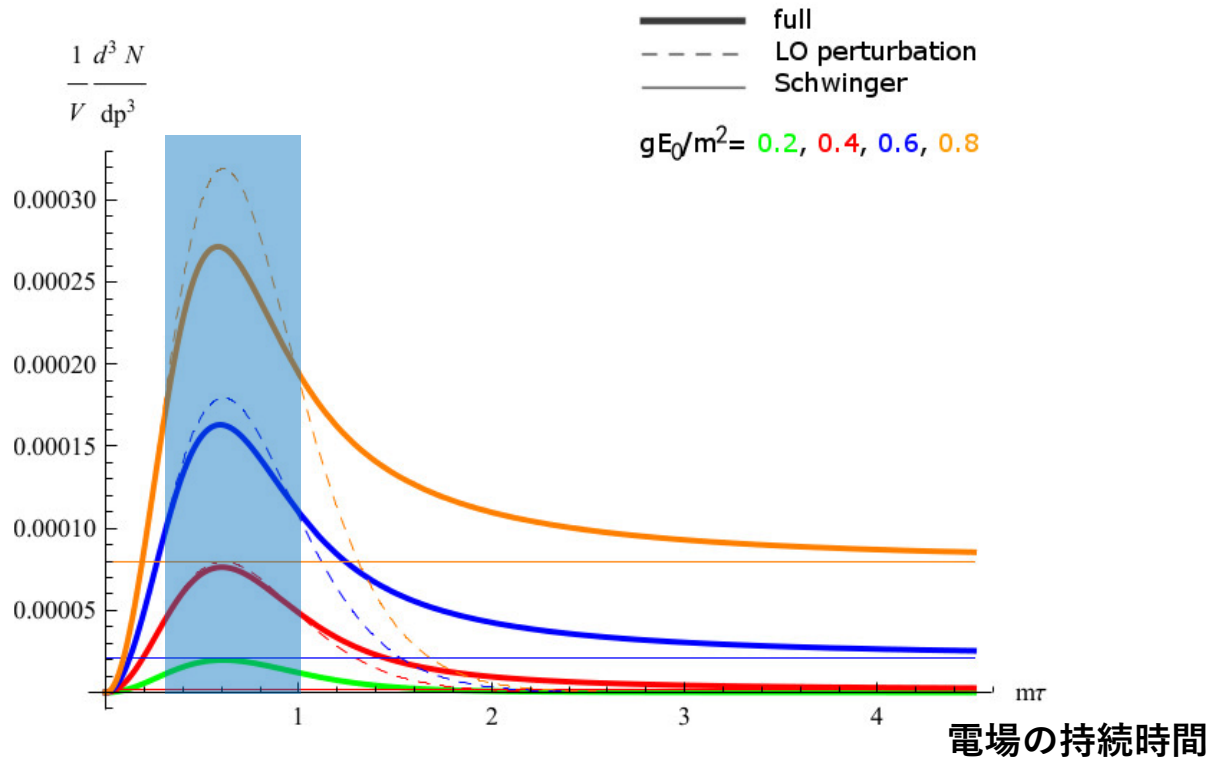


発見1: 電場の時間幅 $\tau$ に応じ、フェルミオン対生成の描像が、**摂動的( $\tau$ が短い)**  $\leftrightarrow$  **非摂動的( $\tau$ が長い)**と移り変わる。

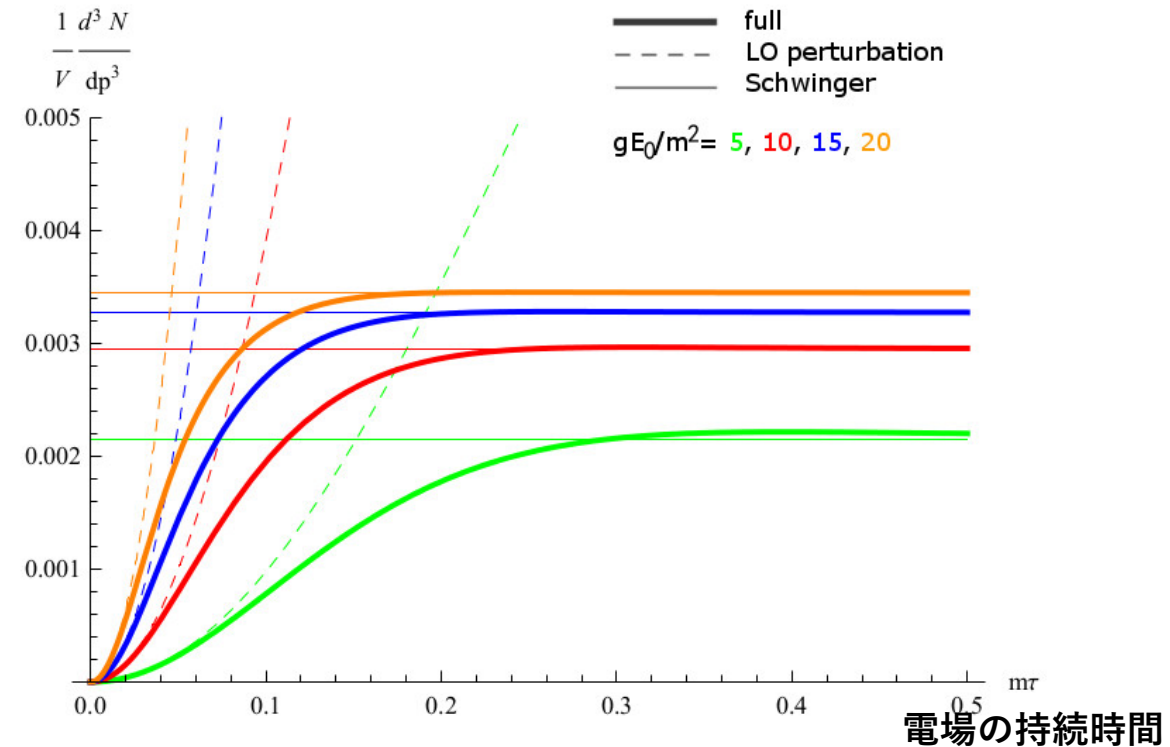
発見2:

# 結果: 生成粒子数 $n$ の $\tau$ 依存性の比較

$gE_0/m^2 < 1$



$gE_0/m^2 > 1$



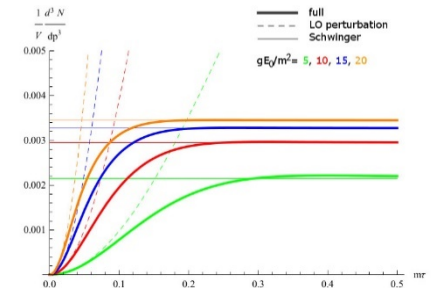
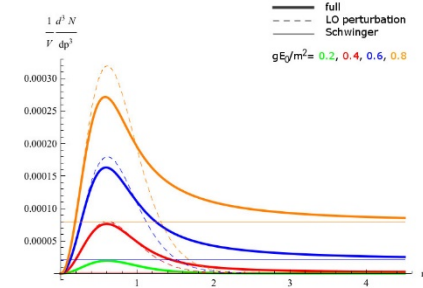
**発見1:** 電場の時間幅 $\tau$ に応じ、フェルミオン対生成の描像が、**摂動的( $\tau$ が短い)** ↔ **非摂動的( $\tau$ が長い)**と移り変わる。

**発見2:** 電場がそこまで強くなく ( $gE_0/m^2 \lesssim 1$ )、時間幅も比較的短い ( $m\tau \lesssim 1$ ) ところにおいて、Schwingerの公式で素朴に予想するよりもはるかに大きい摂動論的な粒子生成が生じている。 **摂動的(power supp.)** ↔ **非摂動的(exp supp.)**

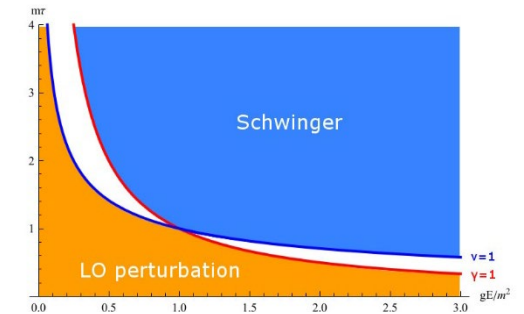
# まとめ

▶ 強い電場中におけるフェルミオン対生成現象を考え、電場の有限時間効果が与える影響を調べた。

▶ ピーク値 $E_0$ 、時間幅 $\tau$ のSauter型の電場を設定し、強い電場中において生成されたフェルミオン対の解析的な粒子生成数 $n$ の表式をFullに求め、 $n$ の $\tau$ 依存性を見た。さらに、この結果を最低次の摂動の公式とSchwingerの公式の結果と比較した。



▶ 強い電場中でのフェルミオン対生成の描像は、時間幅 $\tau$ を無次元化した $\gamma = gE_0\tau/m$ 、 $\nu = gE_0\tau^2$ の2つのパラメータによって摂動/非摂動描像がコントロールされることを示した。



▶ 電場がそこまで強くなく ( $gE_0/m^2 \lesssim 1$ )、時間幅も比較的短い ( $m\tau \lesssim 1$ ) ところにおいて、Schwingerの公式で素朴に予想するよりもはるかに大きい摂動論的な粒子生成が生じていることを示した。