

強い電場中におけるフェルミオン対生成の有限時間効果

HT, H.Fujii, K.Itakura, Phys. Rev. D 90, 014039 (2014)

田屋 英俊(東大理) 藤井 宏次(東大総文) 板倉 数記(KEK)

1. 導入 --- 「強い電場中におけるフェルミオン対生成」とは？

Q: 「強い電場中におけるフェルミオン対生成」とは？

■ 理論的な話

素朴な一様定常な強い電場の場合、以下のようなことが(古くから)理論的に予想されている。

1. 非摂動的な効果が発現する。

$$\mathcal{L} = \underbrace{\bar{\psi}(i\partial - m)\psi}_m - \underbrace{g\bar{\psi}A\psi}_{gE}$$

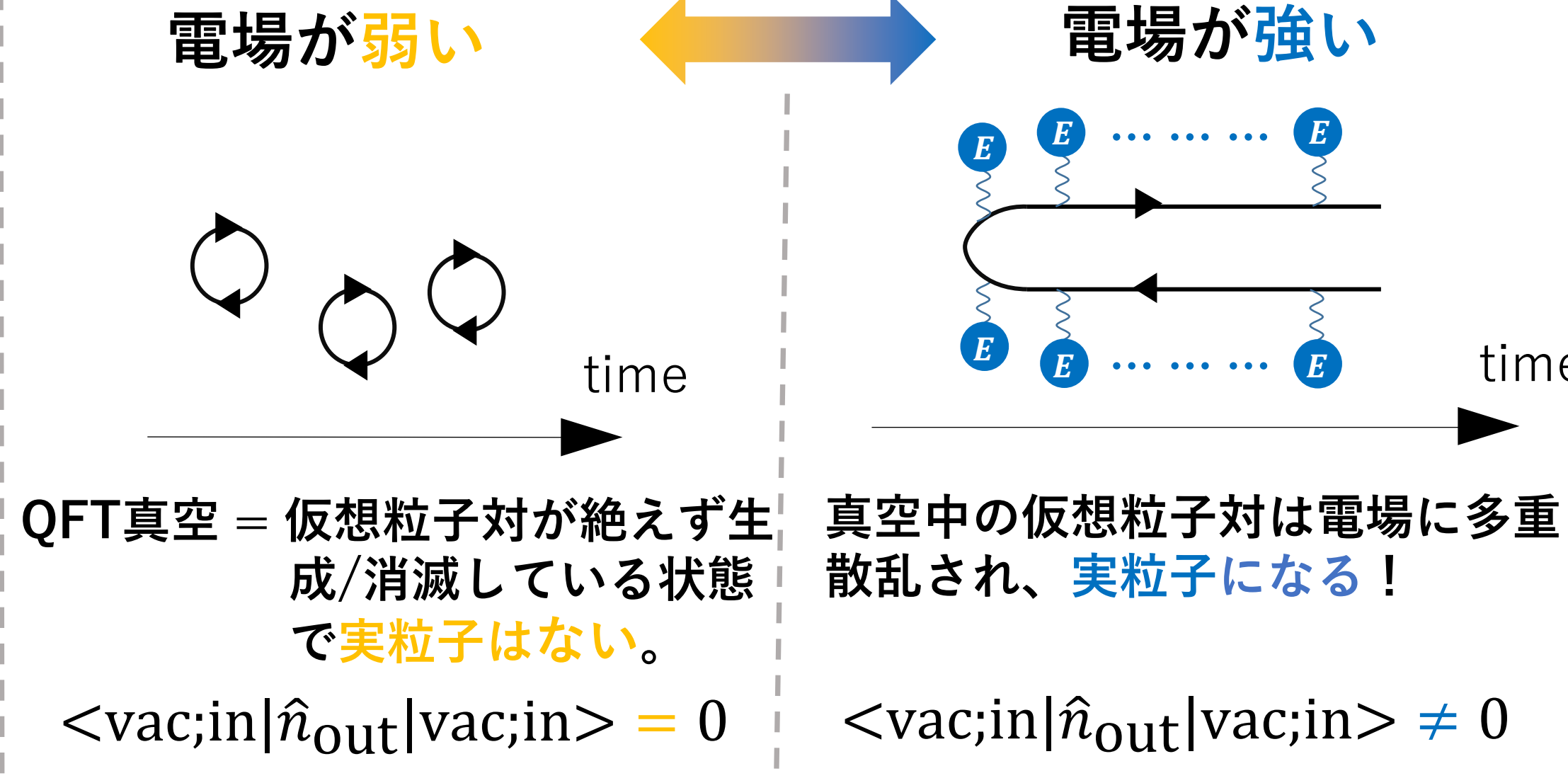
次元量は2つしかないので、電場との相互作用の効果は、1回の散乱につき、 $O[gE/m^2]$ で効く。

例) 電場中のフェルミオンの伝播

$$= O\left[\frac{gE}{m^2}\right]^0 + O\left[\frac{gE}{m^2}\right]^1 + O\left[\frac{gE}{m^2}\right]^2 + \dots$$

強い電場($gE/m^2 \gtrsim 1$)があると、電場との散乱が、非摂動的に無限次まで効き、非自明なことが起こる。

2. 真空からフェルミオン対生成される。

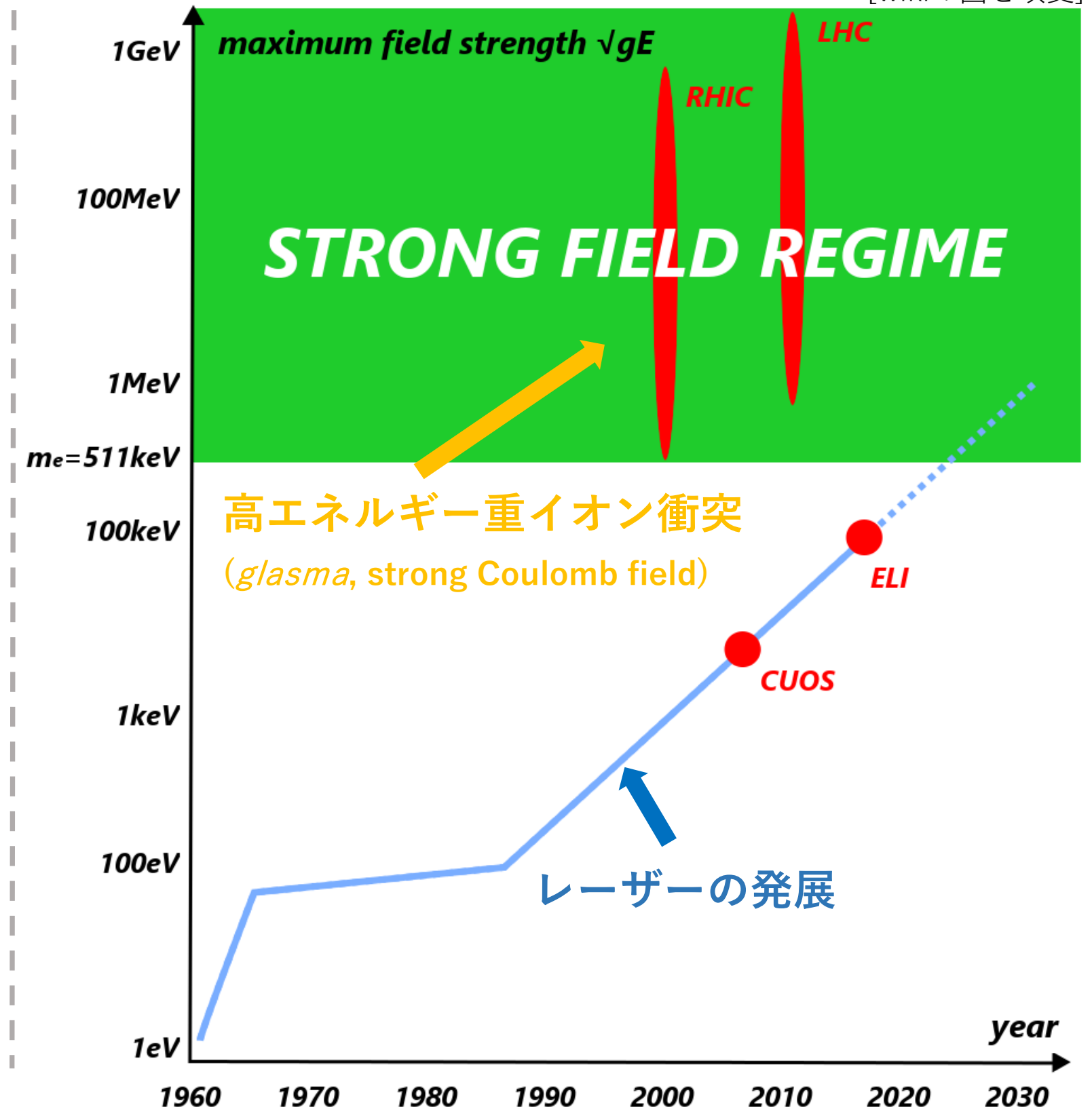


特に、一様定常電場の場合、粒子数は陽に非摂動的な公式で表現。

$$\langle \text{vac}; \text{in} | \hat{n}_{\text{out}} | \text{vac}; \text{in} \rangle = \exp\left[-\pi\left(\frac{m^2 + p_T^2}{gE}\right)\right] \quad \text{Schwingerの公式 [J.Schwinger 1951]}$$

■ 実験的な話

強い電場は、実験室で今まさに実現されはじめており、旬な話題だ。



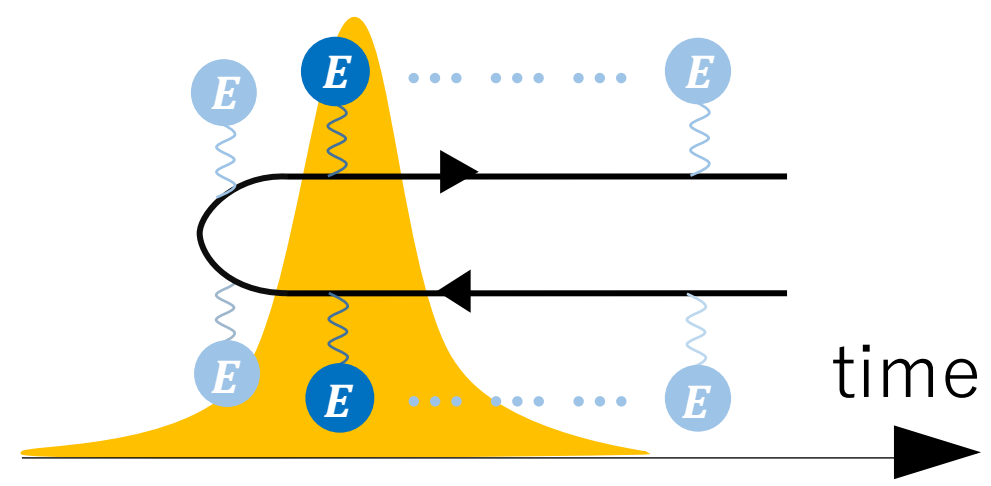
A: 一様定常な強い電場中においては、非摂動効果として、真空からのフェルミオン対生成が起きるだろう。その検証に必要な強い電場は、今まさに、実験室で実現されはじめており、旬な話題だ。この現象の理解は、QFTの真空や非摂動的性質、極限強度場中での粒子生成機構の理解につながり、興味深い。

2. 問題 --- なぜ「有限時間効果」を考えるのか？

問題: 実験的に作れる強い電場は、必ず「有限時間」である！

例) レーザー: time duration $\sim 10^{-15}$ sec
高エネルギー重イオン衝突: time duration $\sim 10^{-24}$ sec

予想: 1.で述べた一様定常電場における素朴な「強い電場中におけるフェルミオン対生成」の理解は大きく変更を受ける。



有限時間の電場ならば、無限回の多重散乱が効く時間はないので、単なる摂動現象に帰着するだろう。

疑問1: 本当にそうか？ 本当ならば、非摂動⇔摂動の描像の変化は、具体的に電場の時間幅 τ の大きさとどう結びつくのか？

疑問2: 摂動的なとき、粒子生成数は、電場について、ただかpowerの依存性 $\langle \text{vac}; \text{in} | \hat{n}_{\text{out}} | \text{vac}; \text{in} \rangle = \# \times \frac{gE}{m^2}$ しか持たないだろう。この影響は？

3. 計算

STEP1: 任意の時間幅 τ 、電場の強さ E で使えるFullな粒子生成数の表式を求める。

理論: 電場との相互作用をFullに含む正準量子化

Lagrangian: $\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\partial - m - gA)\psi$

モード展開: $\hat{\psi} = \sum_s \int d^3p \left[\hat{a}_{p,s}^{as} \hat{a}_{p,s}^{as} + \hat{b}_{p,s}^{as} \hat{b}_{p,s}^{as\dagger} \right]$ (as = in-state / out-state)

外場をFullに含むDirac方程式 $0 = [i\partial - m - gA]\psi$ を満たす正/負振動解

as=in/outの違い: inのモード関数 or 演算子は、outのそれのmix(Bogoliubov変換)になる。

$$\begin{pmatrix} \hat{a}_{p,s}^{out} \\ \hat{b}_{p,s}^{out} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_p^* & \beta_p^* \\ -\beta_p & \alpha_p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a}_{p,s}^{in} \\ \hat{b}_{p,s}^{in} \end{pmatrix}$$

アナロジー: 1次元のポテンシャル散乱

in: 正/負のmix out: 正だけ

nの公式: $\langle \text{vac}; \text{in} | \hat{n}_{\text{out}} | \text{vac}; \text{in} \rangle \equiv \langle \text{vac}; \text{in} | \hat{a}_{p,s}^{out\dagger} \hat{a}_{p,s}^{out} | \text{vac}; \text{in} \rangle \frac{(2\pi)^3}{V} = |\beta_p|^2$

β はDirac方程式の解で決まるので、粒子生成数を求めることはDirac方程式を解くことに帰着！

本研究では、Dirac方程式が解析的に解け、有限時間の電場を体現するSauter型の電場で議論する。

ピーク値 E_0 時間幅 τ

Sauter型の電場: $E = E_0 \cosh^{-2}[t/\tau]$

$$\langle \text{vac}; \text{in} | \hat{n}_{\text{out}} | \text{vac}; \text{in} \rangle \xrightarrow{\text{Sauter}} \frac{\text{Sinh}\left[\frac{\pi\tau}{2}(2gE_0\tau + p_0^{(-)}(\tau) - p_0^{(+)}(\tau))\right] \text{Sinh}\left[\frac{\pi\tau}{2}(2gE_0\tau - p_0^{(-)}(\tau) + p_0^{(+)}(\tau))\right]}{\text{Sinh}\left[\pi\tau p_0^{(-)}(\tau)\right] \text{Sinh}\left[\pi\tau p_0^{(+)}(\tau)\right]}$$

ここで、 $p_0^{(\pm)}(\tau) = \sqrt{m^2 + p_T^2 + (p_L \pm gE_0\tau)}$

STEP2: 摂動の最低次の表式、非摂動的なSchwingerの公式と比べる。

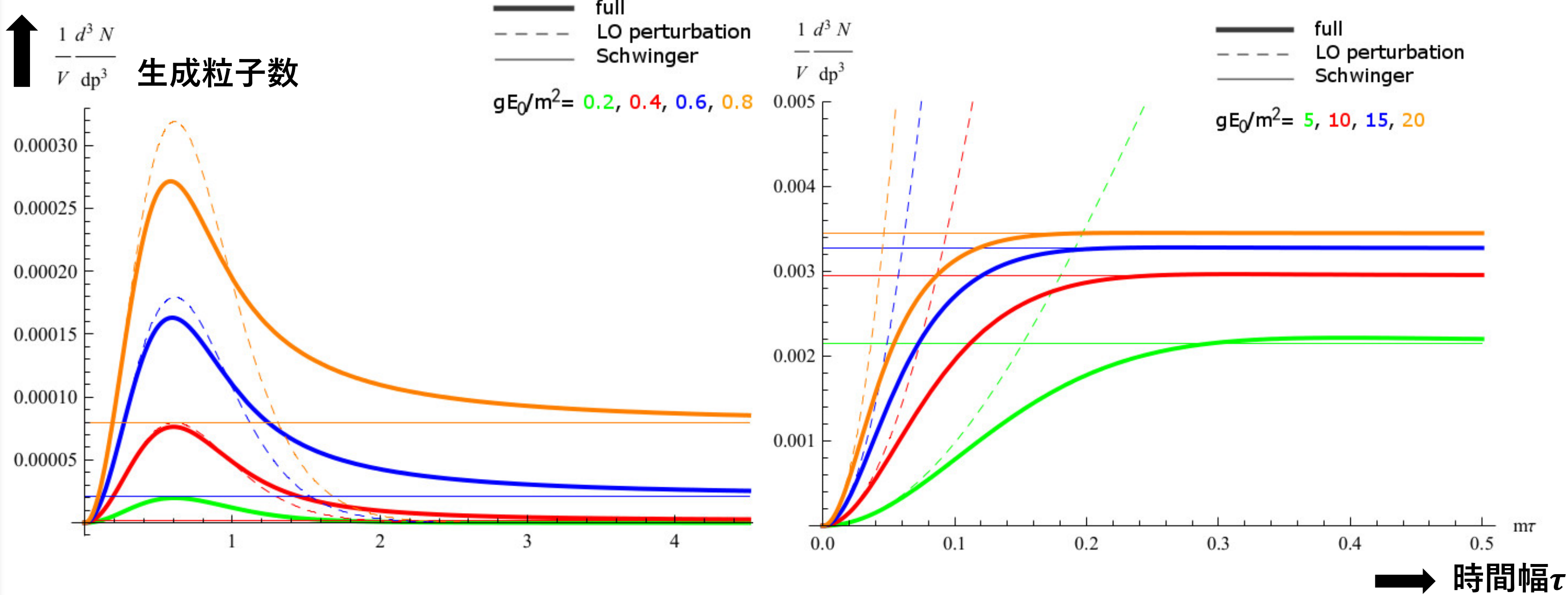
摂動の最低次の表式

$$\langle \text{vac}; \text{in} | \hat{n}_{\text{out}} | \text{vac}; \text{in} \rangle = \left| \int \tilde{E} \right|^2 = \left(1 - \frac{p_z^2}{p_0^2}\right) \frac{|g\tilde{E}(2p_0)|^2}{4p_0^2}$$

\tilde{E} は電場のFourier変換
Note: LOで対生成を起こすためには、電場のFourier成分 \tilde{E} が $\omega > 2m$ で非ゼロである必要。

4. 結果

■ 生成粒子数 vs 時間幅 τ



疑問1の答

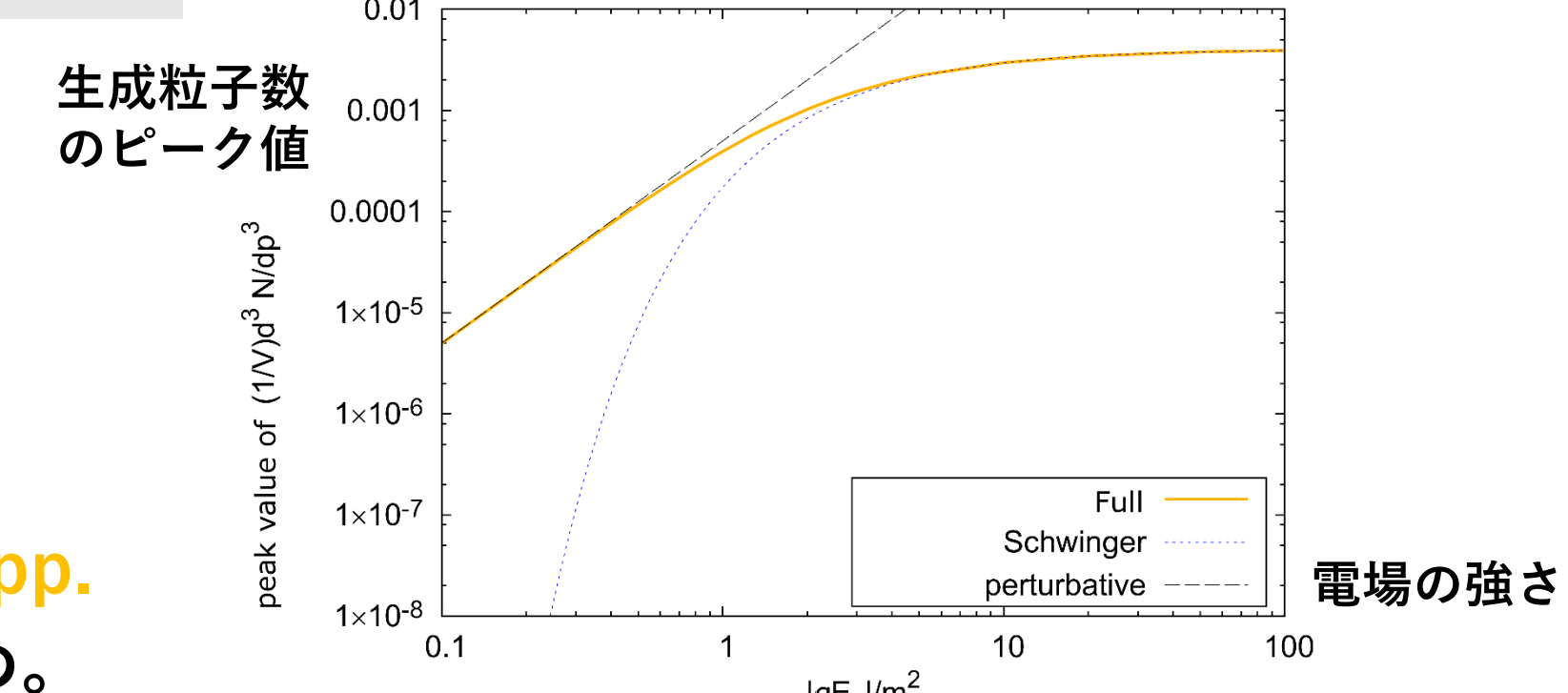
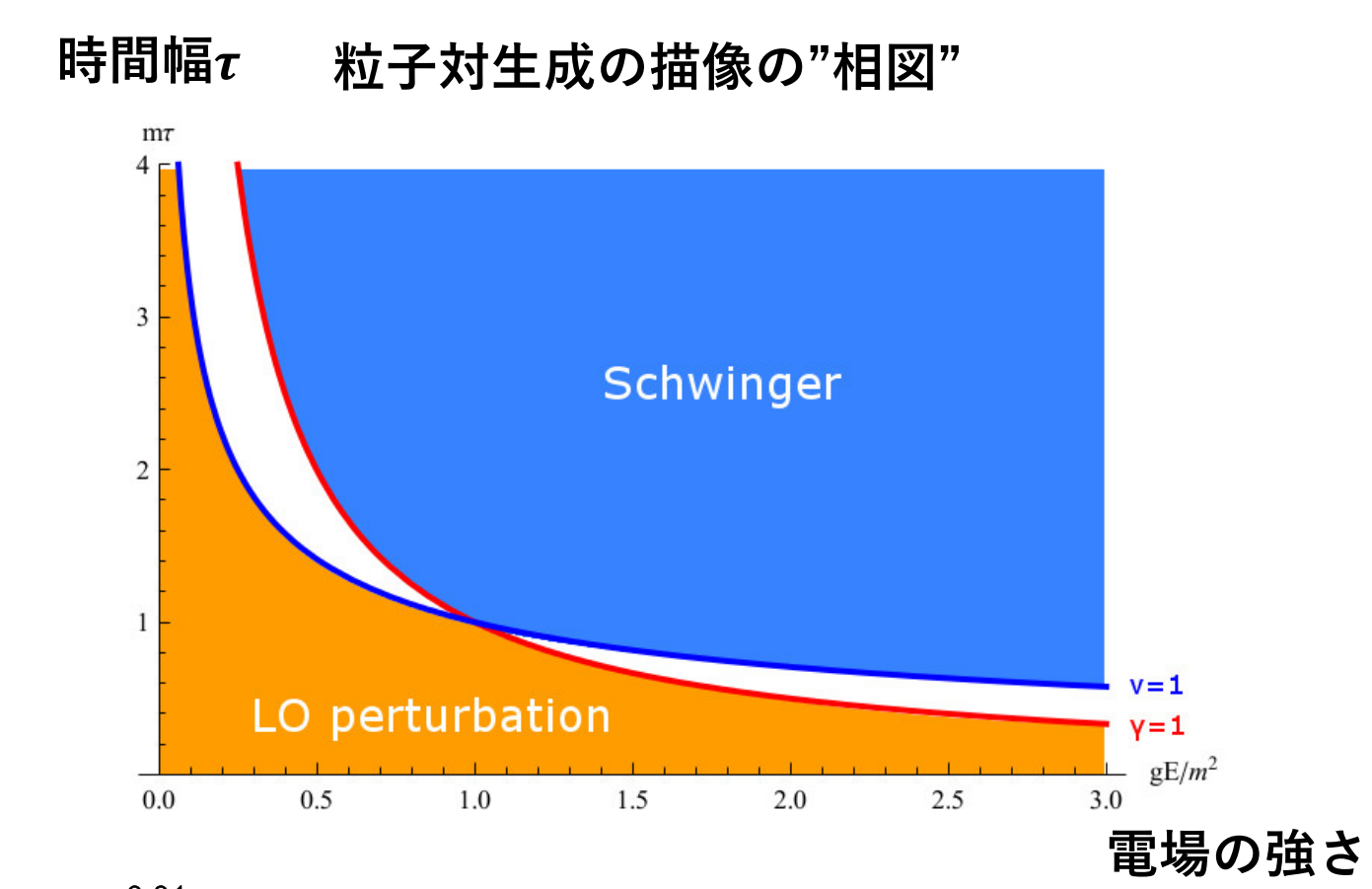
時間幅 τ に応じて、粒子対生成の描像は、電場がいくら強くても、 τ が短い → 摂動、長い → 非摂動と移り変わる。

具体的には、2つの無次元量 $\gamma = gE_0\tau/m$ と $\nu = gE_0\tau^2$ の大小が重要。

疑問2の答

電場がそこまで強くなく ($gE_0/m^2 \leq 1$)、時間幅も比較的短い ($m\tau \sim 0.6$) ところで、Schwingerの公式で予想するよりもはるかに大きい摂動的な粒子生成が生じる。

生成粒子数が、摂動的生成はpower supp. だが、非摂動的生成はexp supp. のため。



5. 結論

- 強い電場中におけるフェルミオン対生成の有限時間効果を議論した。
- 時間幅 τ に応じ、粒子対生成の描像は、 τ が短い→摂動/長い→非摂動と移り変わる。
- 電場の強さと時間幅がそれ程大きくないとき、大きな摂動的な粒子生成が起こる。