摂動を加えたときのSchwinger機構

田屋 英俊
(Fudan University)

Refs: [HT, PRD 99, 056006 (2019)]
[Huang, HT, PRD 100, 016013 (2019)]

今日の話

考えたこと	**「強い遅い電場 + 任意に時間依存する弱い電場」をかけたときのSchwinger機構** (dynamically assisted Schwinger 機構)
技術的な結果	**Schwinger公式を超える、解析的公式をはじめて導出** ⇒ これまで解析的に議論できなかったパラメタ領域の議論が可能に
物理的な結果	• **dynamically assisted Schwinger 機構と物性のFranz-Keldysh効果は本質的に同じものである** • **スピン依存する粒子生成が起こる**

導入

理論

結果

まとめ

強い電場による粒子生成

- 強い電場を真空に加えると、電子・陽電子対が生成される

-
-

強い電場による粒子生成

- 強い電場を真空に加えると、電子・陽電子対が生成される

- さまざまな極限状況で、**実際に起こっている**、と期待

  e.g.) 重イオン衝突初期、超重原子(Z>173)、高強度レーザー、初期宇宙

-

強い電場による粒子生成

- 強い電場を真空に加えると、電子・陽電子対が生成される

- さまざまな極限状況で、**実際に起こっている**、と期待

  e.g.) 重イオン衝突初期、超重原子(Z>173)、高強度レーザー、初期宇宙

- 電場の周波数Ω ($E = E_0\cos(\Omega t)$) に応じ、**三種類に大別できる**

  (1) 遅い電場 (Ω小)　　Schwinger機構

  (2) 速い電場 (Ω大)　　multi-photon pair production

  (3) 重ね合わせ (遅い+速い電場)　　dynamically assisted Schwinger 機構

(1) 電場が遅いとき = Schwinger 機構

[Sauter (1932)] [Heisenberg, Euler (1936)] [Schwinger (1951)]

電場がバンドを曲げる ⇒ level crossing ⇒ **非摂動的なトンネル効果**

(1) 電場が遅いとき = Schwinger 機構

[Sauter (1932)] [Heisenberg, Euler (1936)] [Schwinger (1951)]

電場がバンドを曲げる ⇒ level crossing ⇒ **非摂動的な**トンネル効果

☺ よくわかっている

(1) 物性物理の「絶縁破壊 (Landau-Zener 転移)」のアナログ

[Landau (1932)][Zener (1932)] [Majorana (1932)][Stueckelberg (1932)]

(2) 生成スペクトルは解析的に計算可 (ガウシアン + スピン非依存)

Schwingerの公式: $\frac{d^3N_\uparrow}{dp^3} = \frac{d^3N_\downarrow}{dp^3} = \frac{V}{(2\pi)^3}\exp[-\frac{\pi(m^2+p_T^2)}{eE}]$

(2) 電場が速いとき = multi-photon pair production

[Brezin, Izykson (1970)] [HT, Fujii, Itakura (2014)]

光子の粒子性が効いてくる ⇒ **光子と摂動的に多重散乱**

(2) 電場が速いとき = multi-photon pair production

[Brezin, Izykson (1970)] [HT, Fujii, Itakura (2014)]

光子の粒子性が効いてくる ⇒ **光子と摂動的に多重散乱**

☺ よくわかっている

(1) 物性物理の「光電効果」のアナログ [Einstein (1905)]

(2) 生成スペクトルは解析的に計算可 (デルタ関数 + スピン非依存)

摂動論による公式: $\frac{d^3N_\uparrow}{d\boldsymbol{p}^3} = \frac{d^3N_\downarrow}{d\boldsymbol{p}^3} = \# \times \left(\frac{eE}{m^2+\boldsymbol{p}^2}\right)^2 \delta(2\sqrt{m^2+\boldsymbol{p}^2} - \Omega)$

(3) 重ね合わせたとき = dynamically assisted Schwinger 機構

[Dunne, Gies, Schutzhold (2008), (2009)][Piazza et al (2009)][Monin, Voloshin (2010)]

遅い電場による非摂動トンネル効果 + 速い電場による摂動的多重散乱

(3) 重ね合わせたとき = dynamically assisted Schwinger 機構

[Dunne, Gies, Schutzhold (2008), (2009)][Piazza et al (2009)][Monin, Voloshin (2010)]

遅い電場による非摂動トンネル効果 + 速い電場による摂動的多重散乱

😟 あまりよくわかっていない

(1) 物性物理のアナログが何かわかっていない

(2) 生成スペクトルの解析的公式はない

- 数値計算によると、スペクトルは、ガウシアン+デルタ関数という単純な重ね合わせではなく、これを<u>解析計算で再現できていない</u>

  cf. 電場が十分に断熱的なら、準古典的方法 (WKBやworldline法) が使える

- スピン自由度の議論は<u>まったくなかった</u>

目的

「dynamically assisted Schwinger 機構」の理解を深める

A	**物性物理とのアナログを明らかにする**
B	**生成スペクトルの解析的公式を求める**

メモ: 重イオン衝突にも重要

e.g.・衝突初期は、glasma ＋ (mini-)jets で、正にdyn. ass. Schwinger 機構が起こる状況
(強く遅い電磁場) + (弱く速い電磁場)

・Lund模型は、ソフトとハードの粒子生成を単なる重ね合わせで書くが、
これは、正確には、正しくない

主張: Franz-Keldysh効果が[A]の答えだ

半導体に、遅く強い電場と光子(~速い電場)を当て、光子吸収率を測る

⇒ 光子の吸収率 〜 1-loop有効作用の虚部 〜 粒子生成率

⇒ とてもdynamically assisted Schwinger 機構に似てるように見える

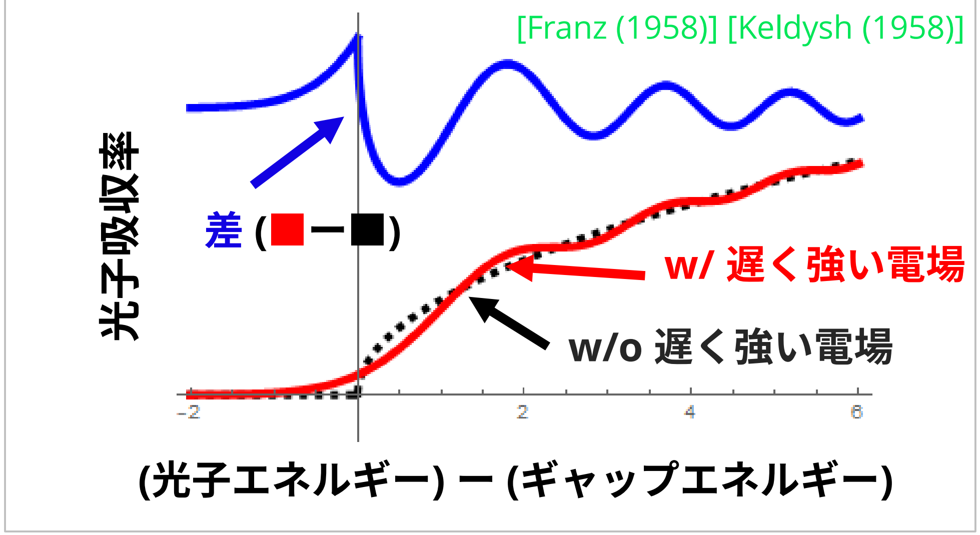
主張: Franz-Keldysh効果が[A]の答えだ

半導体に、遅く強い電場と光子(~速い電場)を当て、光子吸収率を測る

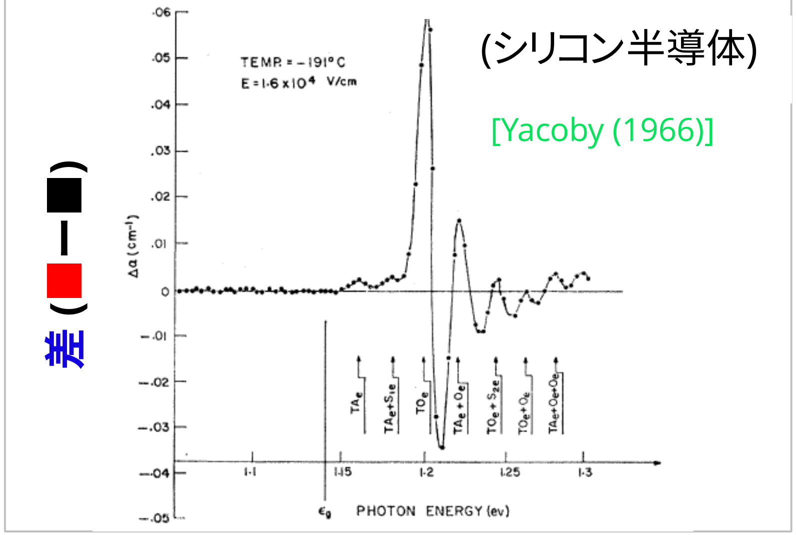
⇒ 光子の吸収率 ～ 1-loop有効作用の虚部 ～ 粒子生成率

⇒ とてもdynamically assisted Schwinger 機構に似てるように見える

理論



実験



ギャップの (1) 下では、**吸収率が増大**; (2) 上では、**吸収率が振動**

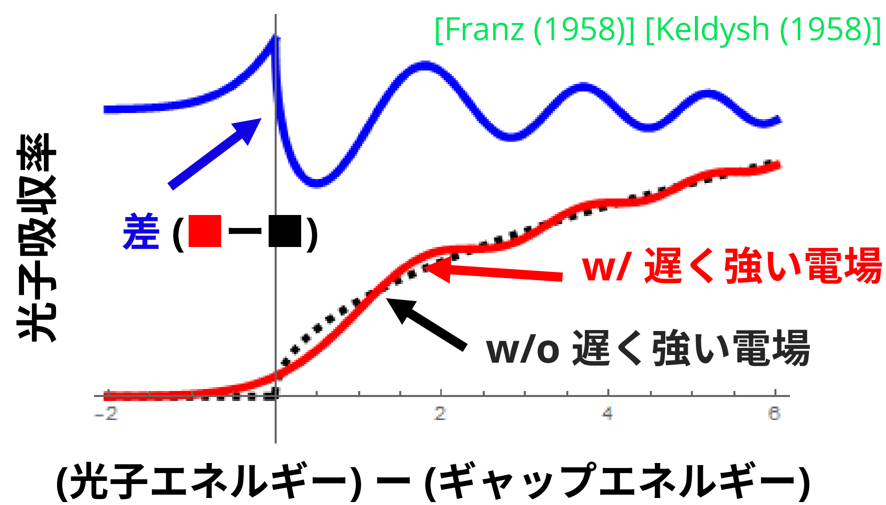
主張: Franz-Keldysh効果が[A]の答えだ

半導体に、遅く強い電場と光子(~速い電場)を当て、光子吸収率を測る

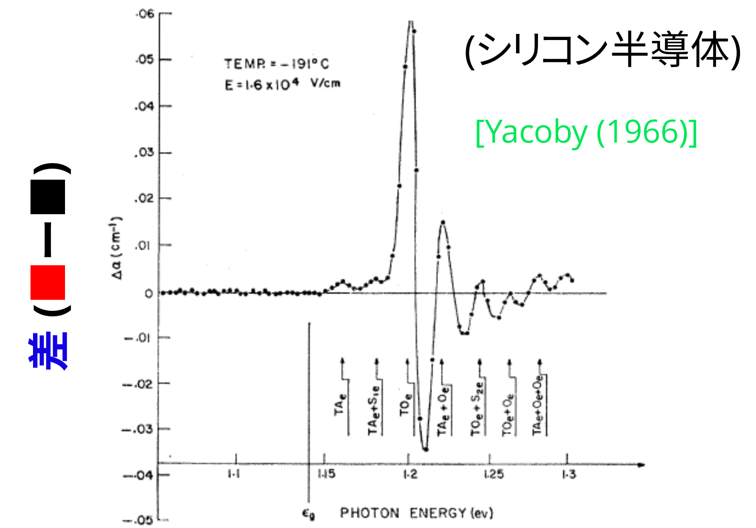
⇒ 光子の吸収率 ～ 1-loop有効作用の虚部 ～ 粒子生成率

⇒ とてもdynamically assisted Schwinger 機構に似てるように見える

理論



実験



ギャップの (1) 下では、**吸収率が増大**; (2) 上では、**吸収率が振動**

To-do スペクトルの解析的公式を求め[目的B]、(1)(2)がSchwinger機構でも起きることを確かめることで、この主張を示す[目的A]

導入

↓

理論

↓

結果

↓

まとめ

理論(1/2)：外場中の摂動論(Furry描像)

GOAL

遅い電場E_{s}と速い電場$\mathcal{E}_{\mathrm{f}}$があるときの

粒子数期待値$\frac{d^3N}{d\boldsymbol{p}^3} = \langle \hat{a}^{\dagger}_{\boldsymbol{p},s}\, \hat{a}_{\boldsymbol{p},s} \rangle$を計算したい

理論(1/2)：外場中の摂動論(Furry描像)

GOAL

遅い電場E_sと速い電場$\mathcal{E}_\mathrm{f}$があるときの

粒子数期待値$\frac{d^3N}{d\boldsymbol{p}^3} = \langle \hat{a}^\dagger_{\boldsymbol{p},s}\ \hat{a}_{\boldsymbol{p},s} \rangle$を計算したい

遅い/速い電場は非摂動的/摂動的に効くのだから、遅い電場は非摂動的に取り扱う必要があるが、**速い電場については摂動的な取扱いで十分**

理論(1/2)：外場中の摂動論(Furry描像)

GOAL

遅い電場E_sと速い電場$\mathcal{E}_f$があるときの
粒子数期待値$\frac{d^3N}{dp^3}=\langle \hat{a}^\dagger_{p,s}\,\hat{a}_{p,s}\rangle$を計算したい

遅い/速い電場は非摂動的/摂動的に効くのだから、遅い電場は非摂動的に取り扱う必要があるが、**速い電場については摂動的な取扱いで十分**

$\hat{a}_{p,s}$ を速い電場$\mathcal{E}_f$についてだけ摂動展開して計算する

理論(2/2)：外場中の摂動論(Furry描像)

STEP 1 全体の電場Eを、遅い電場E_sと速い電場$\mathcal{E}_f$に分ける

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_s + \mathcal{E}_f$$

STEP 2 Dirac方程式を、遅い電場E_sに非摂動的に、速い電場$\mathcal{E}_f$に摂動的に解く

$$[i\partial\!\!\!/ - e A\!\!\!/_s - m]\hat{\psi} = e\mathcal{A}\!\!\!/_f\hat{\psi}$$

$$\Rightarrow \quad \hat{\psi}(x) = \hat{\psi}^{(0)}(x) + \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}y^4 S(x,y) e\mathcal{A}\!\!\!/_f(y)\hat{\psi}^{(0)}(y) + O(|e\mathcal{A}_f|^2)$$

ここで、未摂動波動関数$\hat{\psi}^{(0)}$とプロパゲータSは、E_sに非摂動的にドレスされてる

$$[i\partial\!\!\!/ - e A\!\!\!/_s - m]\hat{\psi}^{(0)} = 0$$

$$[i\partial\!\!\!/ - e A\!\!\!/_s - m]S(x,y) = \delta^4(x-y)$$

STEP 3 生成消滅演算子$\hat{a}_{p,s}^{\mathrm{in/out}}$, $\hat{b}_{p,s}^{\mathrm{in/out}}$を$\hat{\psi}$から求める

無限の未来/過去で、平面波で内積を取ればよい (断熱仮説)

$$\begin{pmatrix} \hat{a}_{\boldsymbol{p},s}^{\mathrm{in/out}} \\ \hat{b}_{-\boldsymbol{p},s}^{\mathrm{in/out}\dagger} \end{pmatrix} \equiv \lim_{t\to-\infty/+\infty} \int \mathrm{d}^3\boldsymbol{x} \begin{pmatrix} (u_{\boldsymbol{p},s}\mathrm{e}^{-i\omega_{\boldsymbol{p}}t}\mathrm{e}^{i\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{x}})^\dagger \\ (v_{\boldsymbol{p},s}\mathrm{e}^{+i\omega_{\boldsymbol{p}}t}\mathrm{e}^{i\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{x}})^\dagger \end{pmatrix} \hat{\psi}(x)$$

STEP 4 粒子数期待値$\langle \mathrm{vac;\,in}| a_{\boldsymbol{p},s}^{\mathrm{out}\dagger} a_{\boldsymbol{p},s}^{\mathrm{out}} |\mathrm{vac;\,in}\rangle$を計算する

導入

理論

結果

まとめ

結果(1/3): 公式 (遅い/速い電場が平行)

$$\frac{d^3N_e}{d\boldsymbol{p}^3} = \frac{V}{(2\pi)^3}\exp\left[-\frac{\pi(m^2+\boldsymbol{p}_\perp^2)}{eE_s}\right]$$

$$\times\left|1 + \frac{1}{2}\frac{m^2+\boldsymbol{p}_\perp^2}{eE_s}\int_0^\infty d\omega\,\frac{\tilde{\mathcal{E}}_{\mathbf{f}}(\omega)}{E_s}\exp\left[-\frac{i}{4}\frac{\omega^2+4\omega p_\parallel}{eE_s}\right]{}_1F_1\left(1-\frac{i}{2}\frac{m^2+\boldsymbol{p}_\perp^2}{eE_s};2;\frac{i}{2}\frac{\omega^2}{eE_s}\right)\right|^2$$

結果(1/3): 公式 (遅い/速い電場が平行)

$$\frac{d^3 N_e}{d\boldsymbol{p}^3} = \frac{V}{(2\pi)^3} \exp\left[-\frac{\pi(m^2+\boldsymbol{p}_\perp^2)}{eE_s}\right]$$

$$\times \left| 1 + \frac{1}{2}\frac{m^2+\boldsymbol{p}_\perp^2}{eE_s} \int_0^\infty d\omega \frac{\tilde{\mathcal{E}}_{\mathrm{f}}(\omega)}{E_s} \exp\left[-\frac{i}{4}\frac{\omega^2+4\omega p_\parallel}{eE_s}\right] {}_1F_1\left(1-\frac{i}{2}\frac{m^2+\boldsymbol{p}_\perp^2}{eE_s}; 2; \frac{i}{2}\frac{\omega^2}{eE_s}\right) \right|^2$$

普通のSchwinger機構 by 遅い電場E_s

結果(1/3): 公式 (遅い/速い電場が平行)

$$\frac{d^3 N_e}{d\boldsymbol{p}^3} = \frac{V}{(2\pi)^3} \exp\left[-\frac{\pi(m^2+\boldsymbol{p}_\perp^2)}{eE_\mathrm{s}}\right]$$

$$\times \left| 1 + \frac{1}{2}\frac{m^2+\boldsymbol{p}_\perp^2}{eE_\mathrm{s}} \int_0^\infty d\omega \frac{\tilde{\mathcal{E}}_\mathrm{f}(\omega)}{E_\mathrm{s}} \exp\left[-\frac{i}{4}\frac{\omega^2+4\omega p_\parallel}{eE_\mathrm{s}}\right] {}_1F_1\left(1-\frac{i}{2}\frac{m^2+\boldsymbol{p}_\perp^2}{eE_\mathrm{s}}; 2; \frac{i}{2}\frac{\omega^2}{eE_\mathrm{s}}\right) \right|^2$$

普通のSchwinger機構 by 遅い電場E_s

速い電場$\mathcal{E}_\mathrm{f}$によるアシスト

結果(1/3): 公式 (遅い/速い電場が平行)

$$\frac{d^3N_e}{d\boldsymbol{p}^3} = \frac{V}{(2\pi)^3}\exp\left[-\frac{\pi(m^2+\boldsymbol{p}_\perp^2)}{eE_\mathrm{s}}\right] \times \left|1 + \frac{1}{2}\frac{m^2+\boldsymbol{p}_\perp^2}{eE_\mathrm{s}}\int_0^\infty d\omega\, \frac{\tilde{\mathcal{E}}_\mathbf{f}(\omega)}{E_\mathrm{s}}\exp\left[-\frac{i}{4}\frac{\omega^2+4\omega p_\parallel}{eE_\mathrm{s}}\right] {}_1F_1\left(1-\frac{i}{2}\frac{m^2+\boldsymbol{p}_\perp^2}{eE_\mathrm{s}};2;\frac{i}{2}\frac{\omega^2}{eE_\mathrm{s}}\right)\right|^2$$

普通のSchwinger機構 by 遅い電場E_s

速い電場$\mathcal{E}_\mathrm{f}$によるアシスト

- 遅い極限 $\omega/\sqrt{eE_\mathrm{s}} \ll 1$: ■ が支配的 ➡ **Schwingerの公式を再現**

$$\frac{d^3N_e}{d\boldsymbol{p}^3} \sim \frac{V}{(2\pi)^3}\exp\left[-\frac{\pi(m^2+\boldsymbol{p}_\perp^2)}{eE_\mathrm{s}}\right]\left|1+\frac{\pi}{2}\frac{m^2+\boldsymbol{p}_\perp^2}{eE_\mathrm{s}}\frac{\mathcal{E}_\mathrm{f}}{E_\mathrm{s}}\right|^2 \sim \frac{V}{(2\pi)^3}\exp\left[-\frac{\pi(m^2+\boldsymbol{p}_\perp^2)}{e(E_\mathrm{s}+\mathcal{E}_\mathrm{f})}\right]$$

- 速い極限 $\omega/\sqrt{eE_\mathrm{s}} \gg 1$: ■ が支配的 ➡ **multi-photon pair prod. の公式を再現**

$$\frac{d^3N_e}{d\boldsymbol{p}^3} \sim \frac{V}{(2\pi)^3}\frac{1}{4}\frac{m^2+\boldsymbol{p}_\perp^2}{\omega_{\boldsymbol{p}}^2}\frac{|e\tilde{\mathcal{E}}_\mathrm{f}(2\omega_{\boldsymbol{p}})|^2}{\omega_{\boldsymbol{p}}^2}$$

結果(1/3): 公式 (遅い/速い電場が平行)

$$\frac{d^3N_e}{d\boldsymbol{p}^3} = \frac{V}{(2\pi)^3}\exp\left[-\frac{\pi(m^2+\boldsymbol{p}_\perp^2)}{eE_s}\right]$$
$$\times\left|1+\frac{1}{2}\frac{m^2+\boldsymbol{p}_\perp^2}{eE_s}\int_0^\infty d\omega\,\frac{\tilde{\mathcal{E}}_f(\omega)}{E_s}\exp\left[-\frac{i}{4}\frac{\omega^2+4\omega p_\parallel}{eE_s}\right]{}_1F_1\left(1-\frac{i}{2}\frac{m^2+\boldsymbol{p}_\perp^2}{eE_s};2;\frac{i}{2}\frac{\omega^2}{eE_s}\right)\right|^2$$

普通のSchwinger機構 by 遅い電場E_s

速い電場$\mathcal{E}_f$によるアシスト

- 遅い極限 $\omega/\sqrt{eE_s} \ll 1$: ■ が支配的 ➡ **Schwingerの公式を再現**

$$\frac{d^3N_e}{d\boldsymbol{p}^3} \sim \frac{V}{(2\pi)^3}\exp\left[-\frac{\pi(m^2+\boldsymbol{p}_\perp^2)}{eE_s}\right]\left|1+\frac{\pi}{2}\frac{m^2+\boldsymbol{p}_\perp^2}{eE_s}\frac{\mathcal{E}_f}{E_s}\right|^2 \sim \frac{V}{(2\pi)^3}\exp\left[-\frac{\pi(m^2+\boldsymbol{p}_\perp^2)}{e(E_s+\mathcal{E}_f)}\right]$$

- 速い極限 $\omega/\sqrt{eE_s} \gg 1$: ■ が支配的 ➡ **multi-photon pair prod. の公式を再現**

$$\frac{d^3N_e}{d\boldsymbol{p}^3} \sim \frac{V}{(2\pi)^3}\frac{1}{4}\frac{m^2+\boldsymbol{p}_\perp^2}{\omega_{\boldsymbol{p}}^2}\frac{|e\tilde{\mathcal{E}}_f(2\omega_{\boldsymbol{p}})|^2}{\omega_{\boldsymbol{p}}^2}$$

✓ **Schwingerの公式を超えた、時間依存電場に対する粒子生成の解析的な公式をはじめて導出した!**

結果(2/3): 公式 (遅い/速い電場が平行でない)

$$
\begin{aligned}
\frac{d^3N_e}{d\boldsymbol{p}^3} = &\frac{V}{(2\pi)^3}\exp\left[-\frac{\pi(m^2+\boldsymbol{p}_\perp^2)}{eE_\mathrm{s}}\right] \\
&\times\Bigg[\Bigg|\ 1+\int_0^\infty d\omega\,\mathrm{e}^{-i\frac{\omega p_\parallel}{eE_\mathrm{s}}}\frac{1}{2}\frac{m^2+\boldsymbol{p}_\perp^2}{eE_\mathrm{s}}\frac{\widetilde{\boldsymbol{\mathcal{E}}}_\mathrm{f}(\omega)\cdot\boldsymbol{E}_\mathrm{s}}{E_\mathrm{s}^2}\mathrm{e}^{-i\frac{\omega^2}{4eE_\mathrm{s}}}{}_1F_1\left(1-\frac{i}{2}\frac{m^2+\boldsymbol{p}_\perp^2}{eE_\mathrm{s}};2;\frac{i}{2}\frac{\omega^2}{eE_\mathrm{s}}\right) \\
&\quad+i\int_0^\infty d\omega\,\mathrm{e}^{-i\frac{\omega p_\parallel}{eE_\mathrm{s}}}\frac{\widetilde{\boldsymbol{\mathcal{E}}}_\mathrm{f}(\omega)\cdot\boldsymbol{p}_\perp}{E_\mathrm{s}\omega}\mathrm{Re}\left[\mathrm{e}^{-i\frac{\omega^2}{4eE_\mathrm{s}}}{}_1F_1\left(1-\frac{i}{2}\frac{m^2+\boldsymbol{p}_\perp^2}{eE_\mathrm{s}};1;\frac{i}{2}\frac{\omega^2}{eE_\mathrm{s}}\right)\right] \\
&\quad+s\times i\int_0^\infty d\omega\,\mathrm{e}^{-i\frac{\omega p_\parallel}{eE_\mathrm{s}}}\frac{(\widetilde{\boldsymbol{\mathcal{E}}}_\mathrm{f}(\omega)\times\boldsymbol{p}_\perp)\cdot\boldsymbol{E}_\mathrm{s}}{E_\mathrm{s}^2\omega}\mathrm{Im}\left[\mathrm{e}^{-i\frac{\omega^2}{4eE_\mathrm{s}}}{}_1F_1\left(1-\frac{i}{2}\frac{m^2+\boldsymbol{p}_\perp^2}{eE_\mathrm{s}};1;\frac{i}{2}\frac{\omega^2}{eE_\mathrm{s}}\right)\right]\Bigg|^2 \\
&+\left|\int_0^\infty d\omega\,\mathrm{e}^{-i\frac{\omega p_\parallel}{eE_\mathrm{s}}}\frac{m}{\omega}\frac{\tilde{\mathcal{E}}_\mathrm{f}^x(\omega)+is\tilde{\mathcal{E}}_\mathrm{f}^y(\omega)}{E_\mathrm{s}}\mathrm{Im}\left[\mathrm{e}^{-i\frac{\omega^2}{4eE_\mathrm{s}}}{}_1F_1\left(1-\frac{i}{2}\frac{m^2+\boldsymbol{p}_\perp^2}{eE_\mathrm{s}};1;\frac{i}{2}\frac{\omega^2}{eE_\mathrm{s}}\right)\right]\right|^2\Bigg]
\end{aligned}
$$

- 見た目はとても複雑になった(赤 = new terms)が、基本的な構造は同じ
-

結果(2/3): 公式 (遅い/速い電場が<u>平行でない</u>)

普通のSchwinger機構
by 遅い電場E_s

$$
\frac{d^3N_e}{d\boldsymbol{p}^3} = \frac{V}{(2\pi)^3}\exp\left[\qquad \frac{\quad}{eE_s}\right]
$$

$$
\times\left[\left|\, 1 + \int_0^\infty d\omega\, \mathrm{e}^{-i\frac{\omega p_\parallel}{eE_s}} \frac{1}{2}\frac{m^2+\boldsymbol{p}_\perp^2}{eE_s}\frac{\tilde{\boldsymbol{\mathcal{E}}}_\mathrm{f}(\omega)\cdot\boldsymbol{E}_\mathrm{s}}{E_\mathrm{s}^2}\mathrm{e}^{-i\frac{\omega^2}{4eE_s}}\,{}_1F_1\left(1-\frac{i}{2}\frac{m^2+\boldsymbol{p}_\perp^2}{eE_s};2;\frac{i}{2}\frac{\omega^2}{eE_s}\right)\right.\right.
$$

$$
+i\int_0^\infty d\omega\, \mathrm{e}^{-i\frac{\omega p_\parallel}{eE_s}} \frac{\tilde{\boldsymbol{\mathcal{E}}}_\mathrm{f}(\omega)\cdot\boldsymbol{p}_\perp}{E_\mathrm{s}\omega}\mathrm{Re}\left[\mathrm{e}^{-i\frac{\omega^2}{4eE_s}}\,{}_1F_1\left(1-\frac{i}{2}\frac{m^2+\boldsymbol{p}_\perp^2}{eE_s};1;\frac{i}{2}\frac{\omega^2}{eE_s}\right)\right]
$$

$$
\left.+s\times i\int_0^\infty d\omega\, \mathrm{e}^{-i\frac{\omega p_\parallel}{eE_s}} \frac{(\tilde{\boldsymbol{\mathcal{E}}}_\mathrm{f}(\omega)\times\boldsymbol{p}_\perp)\cdot\boldsymbol{E}_\mathrm{s}}{E_\mathrm{s}^2\omega}\mathrm{Im}\left[\mathrm{e}^{-i\frac{\omega^2}{4eE_s}}\,{}_1F_1\left(1-\frac{i}{2}\frac{m^2+\boldsymbol{p}_\perp^2}{eE_s};1;\frac{i}{2}\frac{\omega^2}{eE_s}\right)\right]\right|^2
$$

$$
\left.+\left|\int_0^\infty d\omega\, \mathrm{e}^{-i\frac{\omega p_\parallel}{eE_s}} \frac{m}{\omega}\frac{\tilde{\mathcal{E}}_\mathrm{f}^x(\omega)+is\tilde{\mathcal{E}}_\mathrm{f}^y(\omega)}{E_\mathrm{s}}\mathrm{Im}\left[\mathrm{e}^{-i\frac{\omega^2}{4eE_s}}\,{}_1F_1\left(1-\frac{i}{2}\frac{m^2+\boldsymbol{p}_\perp^2}{eE_s};1;\frac{i}{2}\frac{\omega^2}{eE_s}\right)\right]\right|^2\right]
$$

- 見た目はとても複雑になった(赤 = new terms)が、基本的な構造は同じ
-

結果(2/3): 公式 (遅い/速い電場が平行でない)

普通のSchwinger機構 by 遅い電場E_{s}

速い電場$\mathcal{E}_{\mathrm{f}}$によるアシスト

$$
\begin{aligned}
\frac{d^3N_e}{d\boldsymbol{p}^3} = \frac{V}{(2\pi)^3}\exp\Bigg[\cdots \frac{\cdots}{eE_{\mathrm{s}}} \Bigg] \\
\times \Bigg[\Bigg| \; 1 + \int_0^\infty d\omega\, \mathrm{e}^{-i\frac{\omega p_\parallel}{eE_{\mathrm{s}}}} \frac{1}{2}\frac{m^2+\boldsymbol{p}_\perp^2}{eE_{\mathrm{s}}} \frac{\tilde{\boldsymbol{\mathcal{E}}}_{\mathrm{f}}(\omega)\cdot\boldsymbol{E}_{\mathrm{s}}}{E_{\mathrm{s}}^2} \mathrm{e}^{-i\frac{\omega^2}{4eE_{\mathrm{s}}}} {}_1F_1\left(1-\frac{i}{2}\frac{m^2+\boldsymbol{p}_\perp^2}{eE_{\mathrm{s}}};2;\frac{i}{2}\frac{\omega^2}{eE_{\mathrm{s}}}\right) \\
+ i\int_0^\infty d\omega\, \mathrm{e}^{-i\frac{\omega p_\parallel}{eE_{\mathrm{s}}}} \frac{\tilde{\boldsymbol{\mathcal{E}}}_{\mathrm{f}}(\omega)\cdot\boldsymbol{p}_\perp}{E_{\mathrm{s}}\omega} \mathrm{Re}\left[\mathrm{e}^{-i\frac{\omega^2}{4eE_{\mathrm{s}}}} {}_1F_1\left(1-\frac{i}{2}\frac{m^2+\boldsymbol{p}_\perp^2}{eE_{\mathrm{s}}};1;\frac{i}{2}\frac{\omega^2}{eE_{\mathrm{s}}}\right)\right] \\
+ s\times i\int_0^\infty d\omega\, \mathrm{e}^{-i\frac{\omega p_\parallel}{eE_{\mathrm{s}}}} \frac{(\tilde{\boldsymbol{\mathcal{E}}}_{\mathrm{f}}(\omega)\times\boldsymbol{p}_\perp)\cdot\boldsymbol{E}_{\mathrm{s}}}{E_{\mathrm{s}}^2\omega} \mathrm{Im}\left[\mathrm{e}^{-i\frac{\omega^2}{4eE_{\mathrm{s}}}} {}_1F_1\left(1-\frac{i}{2}\frac{m^2+\boldsymbol{p}_\perp^2}{eE_{\mathrm{s}}};1;\frac{i}{2}\frac{\omega^2}{eE_{\mathrm{s}}}\right)\right] \Bigg|^2 \\
+ \Bigg| \int_0^\infty d\omega\, \mathrm{e}^{-i\frac{\omega p_\parallel}{eE_{\mathrm{s}}}} \frac{m}{\omega} \frac{\tilde{\mathcal{E}}_{\mathrm{f}}^x(\omega) + is\tilde{\mathcal{E}}_{\mathrm{f}}^y(\omega)}{E_{\mathrm{s}}} \mathrm{Im}\left[\mathrm{e}^{-i\frac{\omega^2}{4eE_{\mathrm{s}}}} {}_1F_1\left(1-\frac{i}{2}\frac{m^2+\boldsymbol{p}_\perp^2}{eE_{\mathrm{s}}};1;\frac{i}{2}\frac{\omega^2}{eE_{\mathrm{s}}}\right)\right] \Bigg|^2 \Bigg]
\end{aligned}
$$

- 見た目はとても複雑になった(赤 = new terms)が、基本的な構造は同じ
-

結果(2/3): 公式 (遅い/速い電場が平行でない)

普通のSchwinger機構 by 遅い電場E_s

速い電場$\mathcal{E}_\mathrm{f}$によるアシスト

$$\frac{d^3N_e}{d\boldsymbol{p}^3} = \frac{V}{(2\pi)^3}\exp\left[\cdots\frac{\cdots}{eE_\mathrm{s}}\right]$$

$$\times\left[\left|1+\int_0^\infty d\omega\,\mathrm{e}^{-i\frac{\omega p_\parallel}{eE_\mathrm{s}}}\frac{1}{2}\frac{m^2+\boldsymbol{p}_\perp^2}{eE_\mathrm{s}}\frac{\tilde{\boldsymbol{\mathcal{E}}}_\mathrm{f}(\omega)\cdot\boldsymbol{E}_\mathrm{s}}{E_\mathrm{s}^2}\mathrm{e}^{-i\frac{\omega^2}{4eE_\mathrm{s}}}{}_1F_1\left(1-\frac{i}{2}\frac{m^2+\boldsymbol{p}_\perp^2}{eE_\mathrm{s}};2;\frac{i}{2}\frac{\omega^2}{eE_\mathrm{s}}\right)\right.\right.$$

$$+i\int_0^\infty d\omega\,\mathrm{e}^{-i\frac{\omega p_\parallel}{eE_\mathrm{s}}}\frac{\tilde{\boldsymbol{\mathcal{E}}}_\mathrm{f}(\omega)\cdot\boldsymbol{p}_\perp}{E_\mathrm{s}\omega}\mathrm{Re}\left[\mathrm{e}^{-i\frac{\omega^2}{4eE_\mathrm{s}}}{}_1F_1\left(1-\frac{i}{2}\frac{m^2+\boldsymbol{p}_\perp^2}{eE_\mathrm{s}};1;\frac{i}{2}\frac{\omega^2}{eE_\mathrm{s}}\right)\right]$$

$$\left.+s\times i\int_0^\infty d\omega\,\mathrm{e}^{-i\frac{\omega p_\parallel}{eE_\mathrm{s}}}\frac{(\tilde{\boldsymbol{\mathcal{E}}}_\mathrm{f}(\omega)\times\boldsymbol{p}_\perp)\cdot\boldsymbol{E}_\mathrm{s}}{E_\mathrm{s}^2\omega}\mathrm{Im}\left[\mathrm{e}^{-i\frac{\omega^2}{4eE_\mathrm{s}}}{}_1F_1\left(1-\frac{i}{2}\frac{m^2+\boldsymbol{p}_\perp^2}{eE_\mathrm{s}};1;\frac{i}{2}\frac{\omega^2}{eE_\mathrm{s}}\right)\right]\right|^2$$

$$\left.+\left|\int_0^\infty d\omega\,\mathrm{e}^{-i\frac{\omega p_\parallel}{eE_\mathrm{s}}}\frac{m}{\omega}\frac{\tilde{\mathcal{E}}_\mathrm{f}^x(\omega)+is\tilde{\mathcal{E}}_\mathrm{f}^y(\omega)}{E_\mathrm{s}}\mathrm{Im}\left[\mathrm{e}^{-i\frac{\omega^2}{4eE_\mathrm{s}}}{}_1F_1\left(1-\frac{i}{2}\frac{m^2+\boldsymbol{p}_\perp^2}{eE_\mathrm{s}};1;\frac{i}{2}\frac{\omega^2}{eE_\mathrm{s}}\right)\right]\right|^2\right]$$

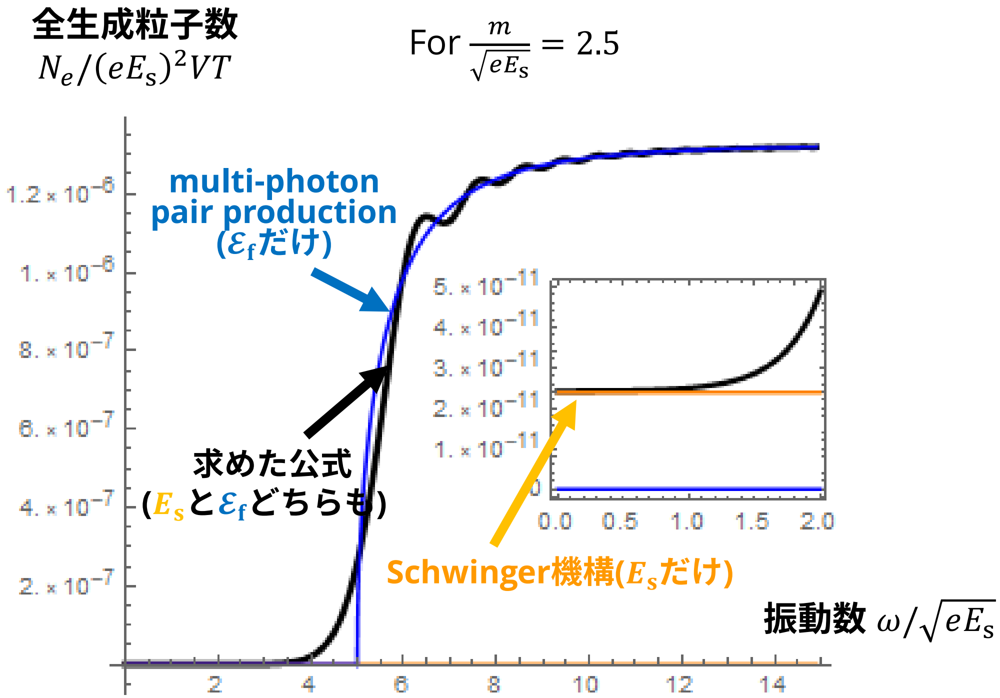
- 見た目はとても複雑になった(赤 = new terms)が、基本的な構造は同じ
- **スピンに依存する！**

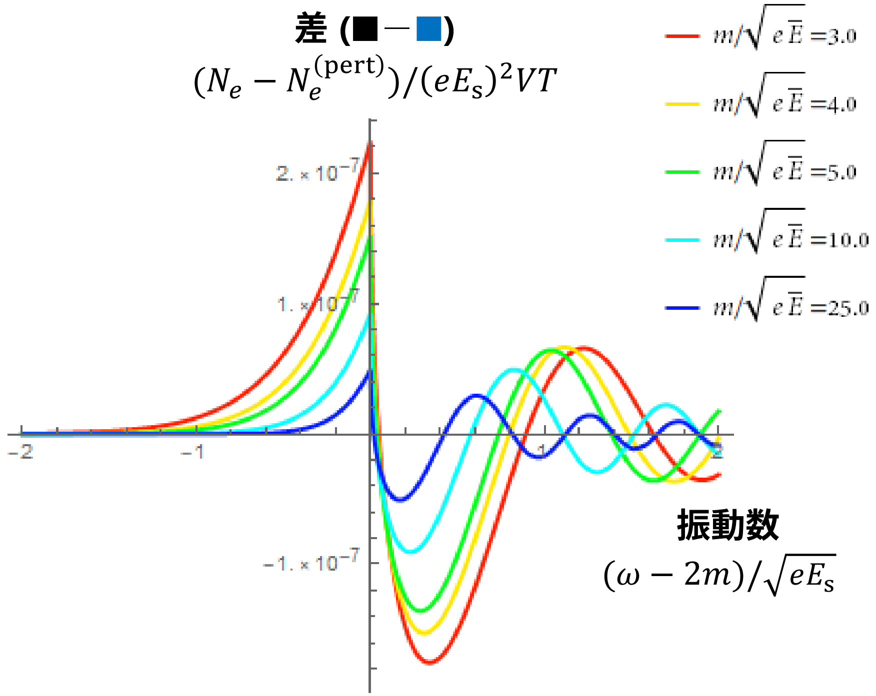
⇒ Dirac粒子のスピン軌道相互作用$\boldsymbol{s}\cdot(\boldsymbol{p}\times\boldsymbol{E})$によって、**磁場がなくてもスピン偏極**

e.g. スピントロニクスへの応用 [Huang, Matsuo, HT (2019)]

結果(3/3): 全粒子数Nのプロット

強い定常電場 E_s = const. + 平行な方向に、単色の弱く速い振動電場 $\mathcal{E}_f = \mathcal{E}\cos\omega t$





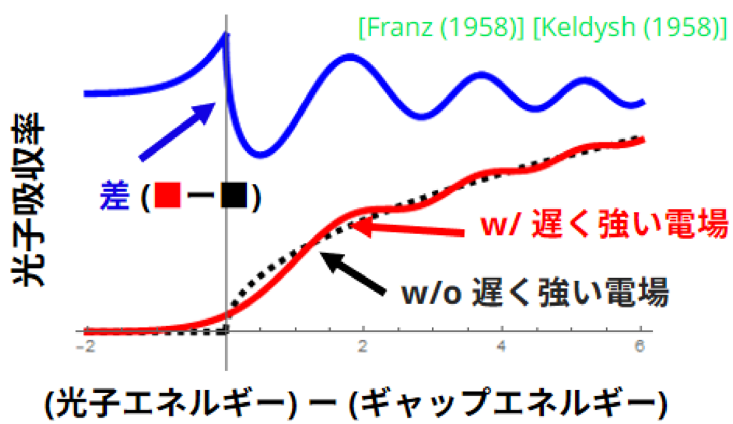
主張: Franz-Keldysh効果が[A]の答えだ

半導体に、遅く強い電場と光子(~速い電場)を当て、光子吸収率を測る

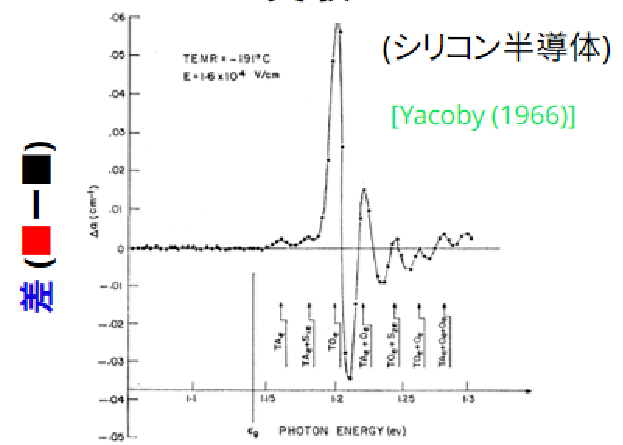
⇒ 光子の吸収率 ～ 1-loop有効作用の虚部 ～ 粒子生成率

⇒ とてもdynamically assisted Schwinger 機構に似てるように見える

理論



実験

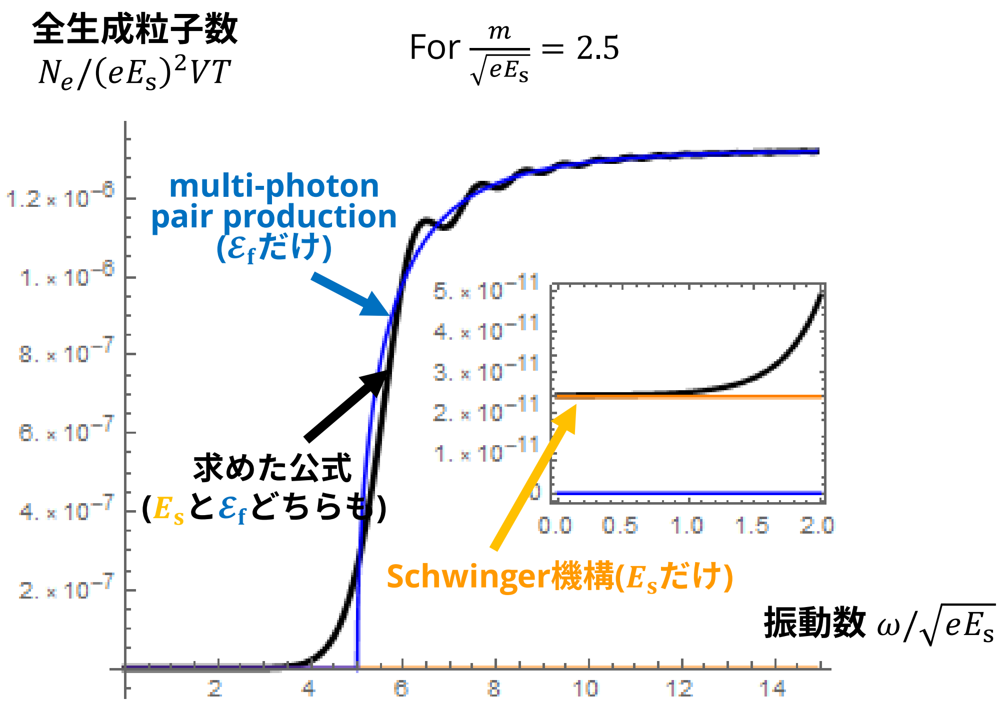


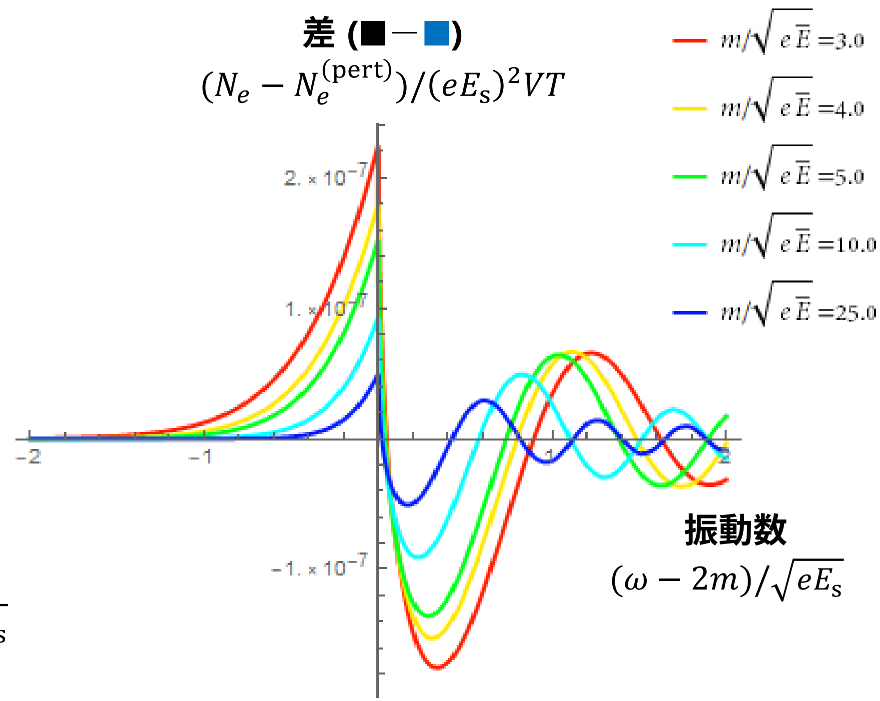
ギャップの (1) 下では、**吸収率が増大**; (2) 上では、**吸収率が振動**

To-do スペクトルの解析的公式を求め[目的B]、(1)(2)がSchwinger機構でも起きることを確かめることで、この主張を示す[目的A]

結果(3/3): 全粒子数Nのプロット

強い定常電場 E_s = const. + 平行な方向に、単色の弱く速い振動電場 $\mathcal{E}_f = \mathcal{E}\cos\omega t$





・**完全にFranz-Keldysh効果と同じ振る舞い**

⇒ ギャップの (1) 下では、生成数が増大; (2) 上では、生成数が振動

[Dunne, Gies, Schutzhold (2008), (2009)]
[Piazza et al (2009)][Monin, Voloshin (2010)]

dynamically assisted Schwinger 機構は、
半導体物理のFranz-Keldysh効果に他ならない

導入

理論

結果

まとめ

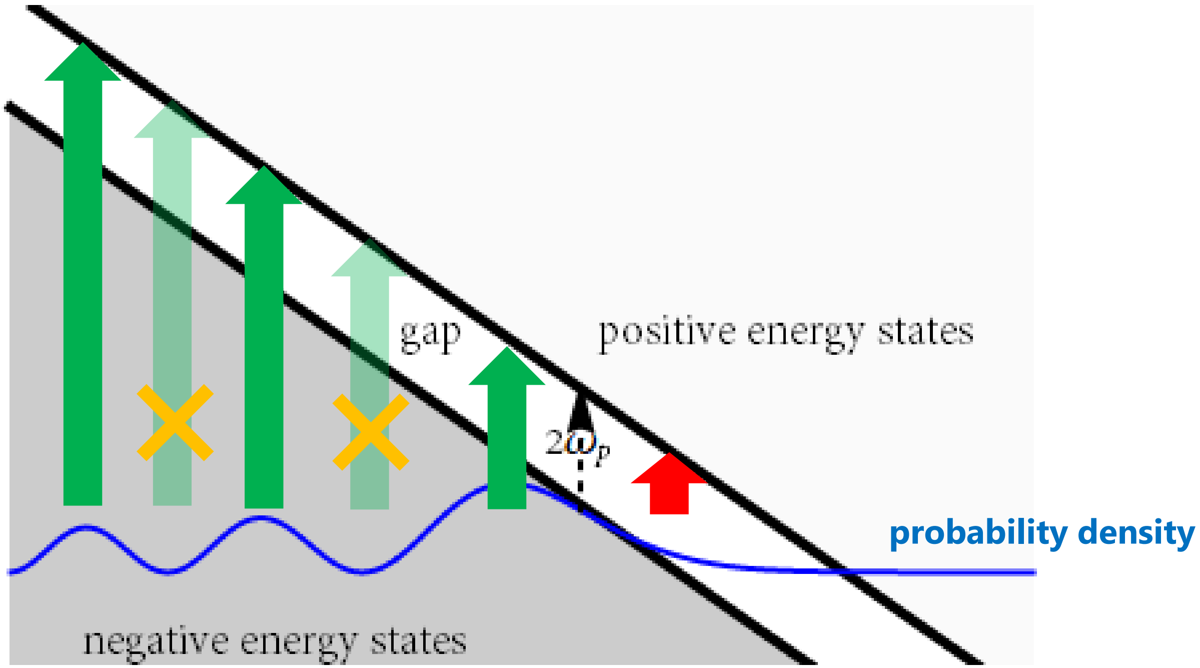
まとめ

[HT, PRD 99, 056006 (2019)]
[Huang, HT, PRD 100, 016013 (2019)]

考えたこと	**「強い遅い電場 + 任意に時間依存する弱い電場」をかけたときのSchwinger機構 (dynamically assisted Schwinger 機構)**
技術的な結果	**Schwinger公式を超える、解析的公式をはじめて導出** ⇒ これまで解析的に議論できなかったパラメタ領域の議論が可能に
物理的な結果	• **dynamically assisted Schwinger 機構と物性のFranz-Keldysh効果は本質的に同じものである** ⇒ ギャップの下では生成数が増大; 上では生成数が振動 • **スピン依存する粒子生成が起こる** ⇒ スピントロニクスへも応用可 [Huang, Matsuo, HT, to appear in PTEP]

BACK UP

Interpretation of the oscillation

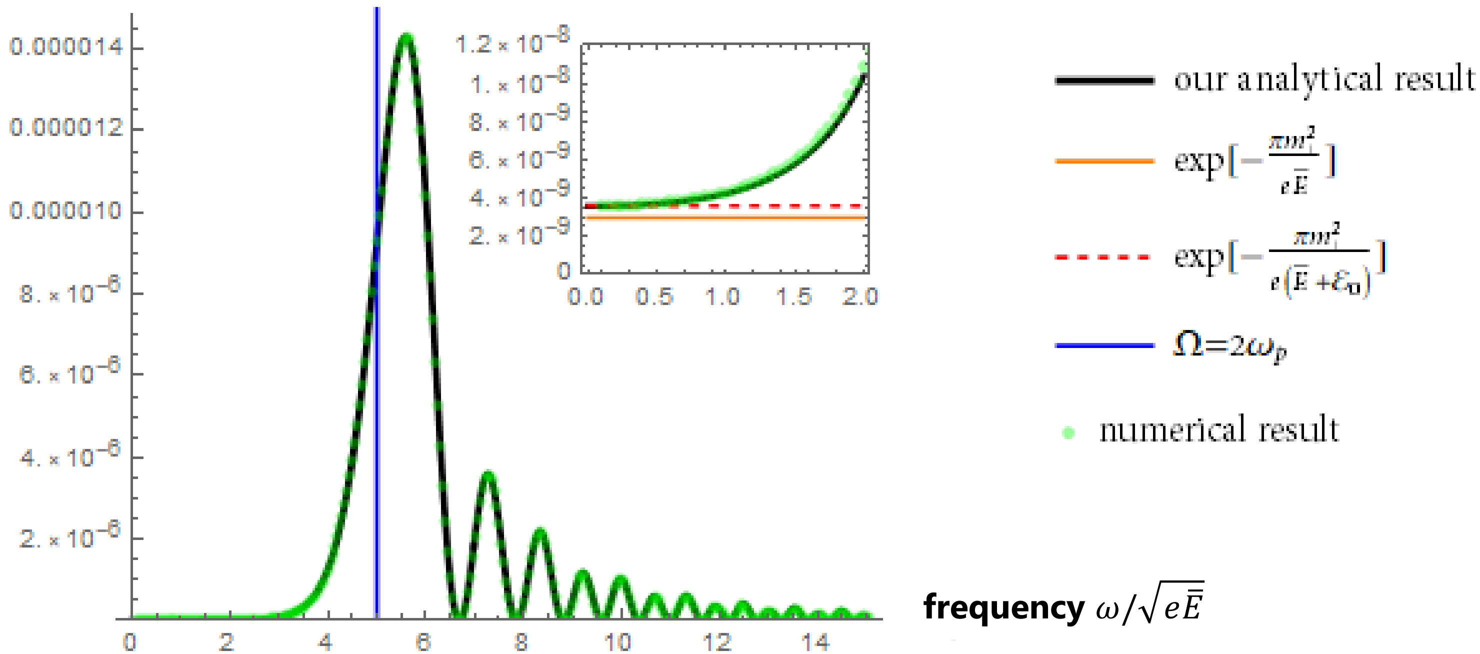


- ✓ **quantum tunneling ➞ dynamically assisted Schwinger mechanism**
- ✓ **quantum reflection ➞ FK oscillation**
  - non-uniform prob. dist. due to interference b/w in-coming and reflected waves
  - production occurs most efficiently at the maxima

Momentum distribution $\mathrm{d}^3 N_e / \mathrm{d}\boldsymbol{p}^3$

momentum dist. $\frac{(2\pi)^3}{V} \frac{\mathrm{d}^3 N_e}{\mathrm{d}\boldsymbol{p}^3}$

For $\frac{m}{\sqrt{e\bar{E}}} = 2.5$



frequency $\omega/\sqrt{e\bar{E}}$

- ✓ **FK effect:** enhancement below threshold & oscillation above threshold
- ✓ **the location of the perturbative peak is modified** due to reflection
- ✓ **excellent agreement b/w our analytical formula and numerical results**

スピン流は流れる

遅い電場と速い電場が平行でなければ、
スピン軌道相互作用を通じて、スピン流が流れる

電子・正孔が電場により作られ、電場の方向に電流を流そうとする

電流は、速い電場の変化に追随しようとするが、タイムラグがある

⇒ **電流と電場は厳密に平行でない** $\boldsymbol{j} \times \boldsymbol{E} \neq \mathbf{0}$

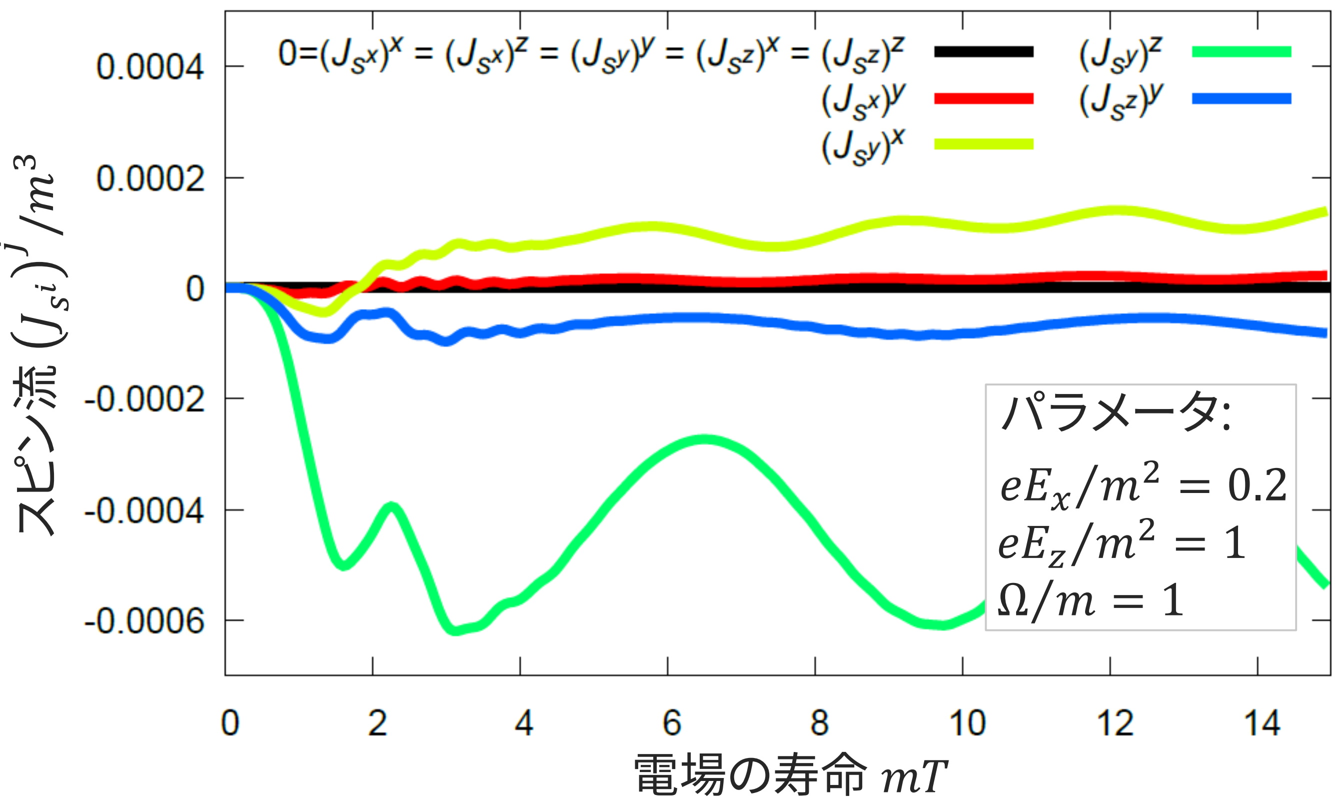
Dirac粒子は、$\boldsymbol{s} \cdot (\boldsymbol{j} \times \boldsymbol{E})$**の形のスピン軌道相互作用を必ず持つ**

cf. ・電場の中で運動をしている電子の静止系では、電場は磁場に見える

・Dirac方程式の非相対論近似で導出可 [Foldy, Wouthuysen (1950)] [Tani (1951)]

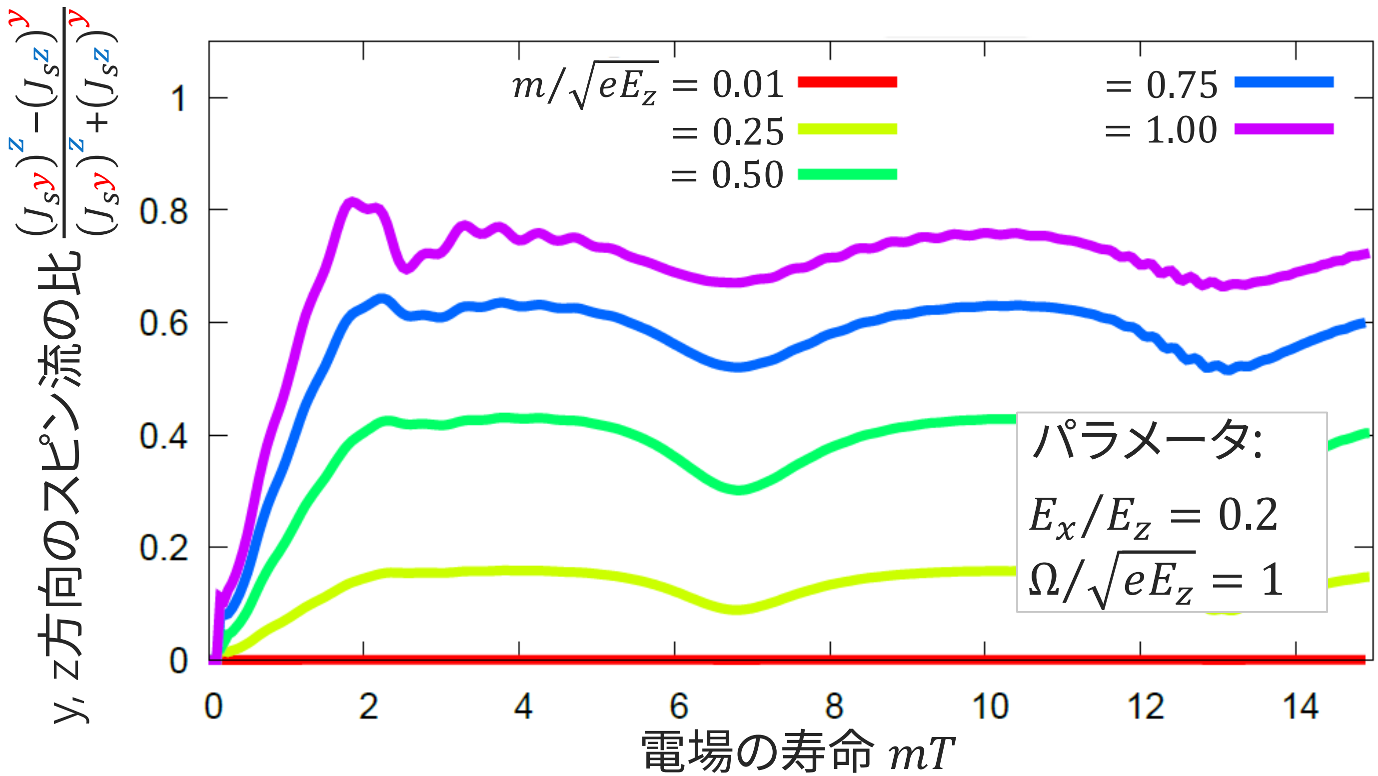
2つの電場と直交する方向にスピン偏極し、スピン流が流れる

結果(1/2): スピン流生成



- 予想したように、電場(x,z軸)に垂直な方向(y軸)にスピン偏極したスピン流が、電場の方向(x,z軸)が確かに流れている (緑、黄)
- 電場の方向(x,z軸)にも少しだけスピン偏極する (赤、青)

結果(2/2): 相対論的効果 (ヘリシティ保存)



- 質量が軽いと、相対論的効果で、スピンと運動方向が同じ方向に向こうとする

⇒ 非ゼロの$(J_{s^i})^j$が、非ゼロの$(J_{s^j})^i$を産む

⇒ 解析的にも、証明可: $\frac{(J_{s^i})^j-(J_{s^j})^i}{(J_{s^i})^j+(J_{s^j})^i} \xrightarrow[m\to 0]{} 0$